

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE	<b>KATEDRA ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE</b>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2017.</b>
--	---	---	--

1. **C.** Svi elementi zadanoga intervala su realni brojevi strogovi veći od  $-4$  i strogovi manji od  $-2$ . Brojevi  $-7$  i  $-5$  nisu strogovi veći od  $-4$ , a  $-1$  nije strogovi manji od  $-2$ . Jedino je broj  $-3$  strogovi veći od  $-4$  i strogovi manji od  $-2$ .

2. **D.** Odmah imamo:  $350 : \frac{1}{2} = 350 \cdot 2 = 700$ .

3. **D.** Zadane razlomke najprije svedemo na najmanji zajednički nazivnik. Najmanji zajednički višekratnik brojeva  $10, 13, 11$  i  $4$  jednak je  $10 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 2 = 2860$ . Tako sada imamo:

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 286}{10 \cdot 286} = \frac{2002}{2860}, \quad \frac{9}{13} = \frac{9 \cdot 220}{13 \cdot 220} = \frac{1980}{2860},$$

$$\frac{7}{11} = \frac{7 \cdot 260}{11 \cdot 269} = \frac{1820}{2860}, \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 715}{4 \cdot 715} = \frac{2145}{2860}.$$

Vidimo da je  $\frac{3}{4} = \frac{2145}{2860}$  najveći od svih dobivenih razlomaka jer ima najveći brojnik. To znači da je Petar preplivao najveći dio staze.

4. **A.** Prema pravilu za kvadrat binoma vrijedi:  $(x+2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4 \cdot x + 4$ . Taj izraz je jednak  $x^2 + 4$  ako i samo ako je  $x = 0$ . Dakle, prva jednakost nije točna za svaki realan broj  $x$ .

5. **B.** Imamo redom:

$$S = 100 \cdot S + 100 \cdot P,$$

$$-100 \cdot P = 100 \cdot S - S,$$

$$-100 \cdot P = 99 \cdot S \quad /:(-100)$$

$$P = -\frac{99}{100} \cdot S.$$

6. **B.** Interval **A** je segmenti i on obuhvaća sve realne brojeve koji su jednaki ili veći od  $-5$  i jednaki ili manji od  $\frac{1}{2}$ . Interval **C** obuhvaća sve realne brojeve koji su strogovi veći od  $-5$  i jednaki ili manji od  $\frac{1}{2}$ . Interval **D** obuhvaća sve realne brojeve koji su strogovi veći od  $-5$  i strogovi manji od  $\frac{1}{2}$ . Interval **B** obuhvaća upravo brojeve navedene u zadatku i on je rješenje zadatka.

7. **B.** Imamo redom:

$$1.56 \text{ oz/in}^3 = \frac{1.56 \cdot 28.35 \text{ g}}{1 \cdot 2.54^3 \text{ cm}^3} = \frac{44.226 \text{ g}}{16.387064 \text{ cm}^3} = 2.698836106 \approx 2.70 \text{ g/cm}^3.$$

8. C. Neka je  $n$  najmanji od tih četiriju prirodnih brojeva. Tada su  $n+1$ ,  $n+2$  i  $n+3$  preostala tri broja. Iz podatka da je zbroj svih četiriju brojeva jednak 26 dobivamo jednadžbu:

$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 26.$$

Tu jednadžbu riješimo na uobičajen način:

$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 26,$$

$$n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 26,$$

$$4 \cdot n + 6 = 26,$$

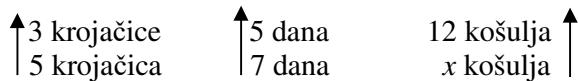
$$4 \cdot n = 26 - 6,$$

$$4 \cdot n = 20, \quad /:4$$

$$n = 5.$$

Dakle, ti prirodni brojevi su  $5$ ,  $5+1=6$ ,  $5+2=7$  i  $5+3=8$ . Njihov umnožak jednak je  $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$

9. C. Veličine *sašivene košulje* i *krojačice*, te *sašivene košulje* i *vrijeme* su upravno razmjerne veličine (što više krojačica radi jednako dugo, to će više košulja biti sašiveno i što dulje radi jednak broj krojačica, to će više košulja biti sašiveno). Zbog toga možemo postaviti sljedeću shemu:



Iz te sheme dobivamo sljedeći razmjer:

$$\begin{aligned} x : 12 &= 5 : 3 \\ &= 7 : 5 \end{aligned}$$

Odatle redom slijedi:

$$x : 12 = (5 \cdot 7) : (3 \cdot 5),$$

$$3 \cdot 5 \cdot x = 5 \cdot 7 \cdot 12,$$

$$3 \cdot x = 7 \cdot 12, \quad /:3$$

$$x = \frac{7 \cdot 12}{3} = 28.$$

10. A. Koordinate sjecišta bilo koje ravninske krivulje s osi ordinata dobivamo tako da u jednadžbu krivulje uvrstimo  $x=0$ . Naime, svaka točka na osi ordinata ima prvu koordinatu jednaku 0. Tako odmah dobivamo:

$$y = f(0) = 0.5 \cdot 0 - 6 = 0 - 6 = -6.$$

Dakle, tražena točka je  $S = (0, -6)$ .

11. B. Primijenimo Pitagorin poučak. Duljina kraka ( $b$ ), duljina visine na osnovicu ( $h$ ) i duljina osnovice ( $a$ ) vezani su formulom:

$$b^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Odatle je

$$\begin{aligned} v^2 &= b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2, \\ v &= \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}. \end{aligned}$$

U ovu jednakost uvrstimo  $b = 8$ ,  $a = 10.2$ , pa dobijemo:

$$v = \sqrt{8^2 - \left(\frac{10.2}{2}\right)^2} = \sqrt{64 - 5.1^2} = \sqrt{64 - 26.01} = \sqrt{37.99} = 6.163602842494 \approx 6.16 \text{ cm.}$$

- 12. D.** Neka je  $ABCD$  zadani trapez, pri čemu su  $\overline{AB}$  dulja osnovica,  $\overline{CD}$  kraća osnovica, a  $\overline{BC}$  i  $\overline{AD}$  krakovi trapeza. Prema podacima u zadatku, vrijedi jednakost:  $|\overline{BC}| = |\overline{CD}| = |\overline{AD}|$ .

Povucimo dijagonalu  $\overline{BD}$ . Označimo:  $y := \angle BDC$ ,  $\gamma := \angle BCD$ . Neka je  $\alpha$  tražena mjera kuta  $\angle BAD$ . Kutovi  $\angle ABD$  i  $\angle BDC$  su kutovi uz prečnicu (transverzalu), pa imaju iste mjere. Zbog toga je  $\angle ABD = \angle BDC = y$ . Trokut  $\Delta BCD$  je jednakokračan jer je  $|\overline{BC}| = |\overline{CD}|$  i kutovi  $\angle BDC$  i  $\angle DBC$  su kutovi uz osnovicu  $\overline{BD}$  toga trokuta. Zbog toga je  $\angle DBC = \angle BDC = y$ , pa je  $\alpha = \angle BAD = \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = y + y = 2 \cdot y$ . Preostaje iskoristiti činjenicu da je zbroj mjera kutova u svakom trokutu, pa posebno i u trokutu  $\Delta ABD$ , jednak  $180^\circ$ :

$$\begin{aligned} \angle ABD + \angle BAD + \angle BDA &= 180^\circ, \\ y + 2 \cdot y + 105^\circ &= 180^\circ, \\ 3 \cdot y &= 180^\circ - 105^\circ, \\ 3 \cdot y &= 75^\circ, \quad /:3 \\ y &= 25^\circ. \end{aligned}$$

Dakle, tražena mjera je  $\alpha = 2 \cdot y = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ$ .

- 13. D.** Jednadžba traženoga pravca ima oblik  $2 \cdot x - 7 \cdot y + C = 0$ , gdje je  $C \in \mathbb{R}$  nepoznata konstanta. Taj pravac mora prolaziti točkom  $T$ , pa koordinate te točke moraju zadovoljavati jednadžbu pravca. Uvrštavanjem  $x = -1$ ,  $y = 2$  u jednadžbu traženoga pravca dobivamo:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (-1) - 7 \cdot 2 + C &= 0, \\ -2 - 14 + C &= 0, \\ C &= 2 + 14, \\ C &= 16. \end{aligned}$$

Dakle, tražena jednadžba pravca je  $2 \cdot x - 7 \cdot y + 16 = 0$ .

 <b>KATEDRA ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE</b> <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE</small>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2017.</b>
--	---	--

- 14. B.** Neka su  $a$  duljina stranice kvadrata i  $r$  duljina polumjera kruga. Opseg kvadrata jednak je polovici duljine žice, tj. 45 cm. Tako iz jednadžbe  $4 \cdot a = 45$  slijedi  $a = \frac{45}{4}$  cm.

Nadalje, opseg kruga jednak je polovici duljine žice, tj. 45 cm. Tako iz jednadžbe  $2 \cdot r \cdot \pi = 45$  dobivamo  $r = \frac{45}{2 \cdot \pi}$  cm. Stoga je traženi zbroj površina jednak:

$$\begin{aligned} P &= a^2 + r^2 \cdot \pi = \left(\frac{45}{4}\right)^2 + \left(\frac{45}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot \pi = \frac{2025}{16} + \frac{2025}{4 \cdot \pi^2} \cdot \pi = \frac{2025}{16} + \frac{2025}{4 \cdot \pi} = \\ &= \frac{2025 \cdot \pi + 2025 \cdot 4}{16 \cdot \pi} = \frac{2025 \cdot (\pi + 4)}{16 \cdot \pi} = 287.70688 \approx 287.71 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

- 15. A.** Izračunajmo koliko je litara goriva potrošilo svako vozilo prevažujući put dug 450 km. Automobil troši 7 L goriva na 100 km, pa će za prijelaz puta dugoga 450 km automobil potrošiti  $\frac{7}{100} \cdot 450 = \frac{7}{2} \cdot 9 = \frac{63}{2}$  L goriva. Kombi troši 1 L na 11 km, pa će za prijelaz puta dugoga 450 km kombi potrošiti  $\frac{1}{11} \cdot 450 = \frac{450}{11}$  L goriva. Stoga će kombi potrošiti ukupno  $\frac{450}{11} - \frac{63}{2} = \frac{450 \cdot 2 - 11 \cdot 63}{11 \cdot 2} = \frac{900 - 693}{22} = \frac{207}{22} = 9.409 \approx 9.41$  L goriva više od automobila.

- 16. C.** Neka su  $x$  cijena skupljega proizvoda, a  $y$  cijena jeftinijega proizvoda. Iz podataka u zadatku dobivamo jednadžbu:

$$x + \left( y - \frac{30}{100} \cdot y \right) = 374.23.$$

Izrazimo  $x$  iz ove jednakosti. Imamo:

$$\begin{aligned} x + \left( 1 - \frac{30}{100} \right) \cdot y &= 374.23, \\ x + \left( \frac{100 - 30}{100} \right) \cdot y &= 374.23, \\ x + \frac{70}{100} \cdot y &= 374.23, \\ x + \frac{7}{10} \cdot y &= 374.23, \\ x &= 374.23 - \frac{7}{10} \cdot y. \end{aligned}$$

Vrijednost  $x$  ne može biti strogo negativan realan broj i mora biti strogo veća od  $y$  (jer je  $x$  skuplji proizvod), što znači da moraju vrijediti nejednakosti:

$$0 \leq y < 374.23 - \frac{7}{10} \cdot y.$$

Riješimo tu nejednadžbu. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
 y &< 374.23 - \frac{7}{10} \cdot y, \\
 \frac{7}{10} \cdot y + y &< 374.23, \\
 y \cdot \left( \frac{7}{10} + 1 \right) &< 374.23, \\
 y \cdot \left( \frac{7+10}{10} \right) &< 374.23, \\
 \frac{17}{10} \cdot y &< 374.23, \quad / \cdot \frac{10}{17} \\
 0 \leq y &< \frac{374.23 \cdot 10}{17} = \frac{3742.3}{17} = 220.1352941.
 \end{aligned}$$

Tražena cijena mora imati najviše dvije znamenke iza decimalne točke (jer ne postoji tisućiti, desetisućiti, ... dio kune), pa zaključujemo da je  $y_{\max} = 220.13$  kn.  
(Zaokruživanje **obavezno** provodimo naniže zbog znaka strogo manje.).

**17.**  $\approx 2.813657169$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\frac{11+\frac{2}{5}}{3 \cdot 0.4}} &= \sqrt{\frac{\frac{57}{5}}{1.2}} = \sqrt{\frac{57}{12}} = \sqrt{\frac{57}{6^2}} = \sqrt{\frac{57}{36}} = \sqrt{\frac{19}{25}} = \sqrt{\frac{19 \cdot 5}{12 \cdot 1}} = \\
 &= \sqrt{\frac{95}{12}} \approx 2.813657169.
 \end{aligned}$$

**18.**  $-\frac{5}{2}$ , 3 ili obratno. Imamo redom:

$$x \cdot (2 \cdot x - 1) = 15,$$

$$2 \cdot x^2 - x = 15,$$

$$2 \cdot x^2 - x - 15 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - (-120)}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{1 \pm 11}{4}$$

$$x_1 = \frac{1+11}{4} = \frac{12}{4} = 3,$$

$$x_2 = \frac{1-11}{4} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}.$$

**19. 3.257.** Vrijede jednakosti:  $4 \text{ dL} = 0.4 \text{ L}$  i  $57 \text{ mL} = 0.057 \text{ L}$ . Stoga je traženi obujam jednak  $2.8 + 0.4 + 0.057 = 3.257$  litara.

**20.**  $x-1$ . Rastavimo brojnik i nazivnik zadanoga razlomka na faktore:

$$\begin{aligned}x^2 - 1 &= x^2 - 1^2 = (x-1) \cdot (x+1), \\x^2 - x &= x \cdot (x-1).\end{aligned}$$

U brojniku i nazivniku se pojavljuje zajednički faktor  $x-1$ , pa razlomak treba skratiti upravo tim zajedničkim faktorom.

**21. 516.** Neka su  $a$  duljina osnovnoga brida piramide, a  $v$  duljina visine pobočke. Površina osnovke piramide jednaka je  $a^2$ . Iz jednadžbe  $a^2 = 144$  korjenovanjem obiju strana te jednadžbe slijedi  $a = 12$  cm. Stoga je traženo oplošje jednako:

$$O = B + P = 144 + 4 \cdot \frac{12 \cdot 15.5}{2} = 144 + 2 \cdot 12 \cdot 15.5 = 144 + 372 = 516 \text{ cm}^2.$$

**22. 1.)**  $x \geq -\frac{9}{7}$  ili  $x \in \left(-\frac{9}{7}, +\infty\right]$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned}3 \cdot (x-3) + 5 \cdot x^2 &\leq 5 \cdot x \cdot (x+2), \\3 \cdot x - 9 + 5 \cdot x^2 &\leq 5 \cdot x^2 + 10 \cdot x, \\3 \cdot x + 5 \cdot x^2 - 5 \cdot x^2 - 10 \cdot x &\leq 9, \\(-7) \cdot x &\leq 9, \quad /:(-7) \\x &\geq -\frac{9}{7}.\end{aligned}$$

**2.) (-2, -1).** Zapišimo najprije zadani sustav u standardnom obliku. Imamo:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{3} - 2 \cdot x = 3, \\ y - x = \frac{1}{2} \cdot x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - 6 \cdot x = 9, \\ 2 \cdot y - 2 \cdot x = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \cdot x + y = 9, \\ 2 \cdot y - 2 \cdot x - x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \cdot x + y = 9, \\ -3 \cdot x + 2 \cdot y = 4. \end{cases}$$

Iz prve jednadžbe izrazimo nepoznanicu  $y$ :

$$y = 5 \cdot x + 9.$$

Uvrštavanjem ovoga izraza u drugu jednadžbu sustava dobivamo:

$$\begin{aligned}-3 \cdot x + 2 \cdot (5 \cdot x + 9) &= 4, \\-3 \cdot x + 10 \cdot x + 18 &= 4, \\7 \cdot x &= 4 - 18, \\7 \cdot x &= -14, \quad /:7 \\x &= -2.\end{aligned}$$

Tako sada lagano izračunamo:

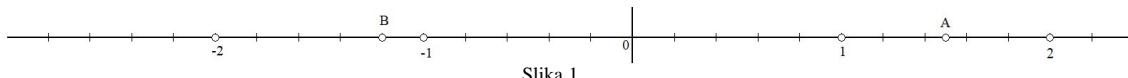
$$y = 5 \cdot (-2) + 9 = -10 + 9 = -1.$$

**23. 1.) Vidjeti Sliku 1.** Primijetimo da razmak između dva susjedna podioka odgovara udaljenosti od  $\frac{1-0}{5} = \frac{1}{5} = 0.2$ . Budući da su  $\frac{1.5}{0.2} = \frac{15}{2} = 7.5$  i  $-\frac{1.2}{0.2} = -\frac{12}{2} = -6$ , tražene točke dobit ćećemo na sljedeći način:

Od 0 se pomaknemo za 7.5 podioka prema desno. Tako dobivamo točku A.

Od 0 se pomaknemo za 6 podioka prema lijevo. Tako dobivamo točku B.

Dobivene točke prikazane su na Slici 1.



Slika 1.

**2.)  $\sqrt{10}$  jed. duljine.** Koristeći formulu za udaljenost točaka u ravnini dobivamo:

$$d(P, R) = \sqrt{(5-2)^2 + \left(-\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}.$$

**24. 1.) -3.** Očitamo:  $a = 0.48$ ,  $b = -2.4$ ,  $c = 0$ . Tražena vrijednost jednaka je drugoj koordinati tjemena grafa pripadne parabole:

$$f_{\min} = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} = \frac{4 \cdot 0.48 \cdot 0 - 2.4^2}{4 \cdot 0.48} = \frac{0 - 5.76}{1.92} = -\frac{5.76}{1.92} = -\frac{576}{192} = -3.$$

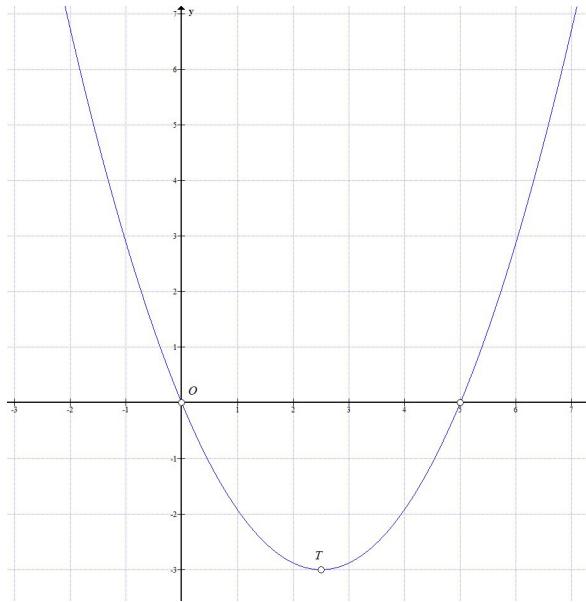
**2.) Vidjeti Sliku 2.** Za crtanje grafa zadane kvadratne funkcije potrebne su nam njezine nultočke i koordinate njezina tjemena. Odredimo najprije nultočke. U tu svrhu riješimo jednadžbu  $f(x) = 0$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned} 0.48 \cdot x^2 - 2.4 \cdot x &= 0, \quad / : 0.48 \\ x^2 - 5 \cdot x &= 0, \\ x \cdot (x - 5) &= 0, \\ x = 0 \text{ ili } x - 5 &= 0, \\ x_1 = 0, x_2 &= 5. \end{aligned}$$

Dakle, graf zadane funkcije siječe os apscisa u točkama  $(0, 0)$  (riječ je o ishodištu pravokutnoga koordinatnoga sustava u ravnini) i  $(5, 0)$ . Preostaje odrediti tjeme parabole. Drugu koordinatu toga tjemena izračunali smo u 1.) i ona iznosi  $-3$ . Stoga odredimo prvu koordinatu:

$$x_T = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{-2.4}{2 \cdot 0.48} = \frac{2.4}{0.96} = \frac{240}{96} = \frac{5}{2}.$$

Stoga je tjeme parabole točka  $T = \left(\frac{5}{2}, -3\right)$ . Preostaje ucrtati dobivene točke u pravokutni koordinatni sustav i spojiti ih parabolom. Tako dobivamo Sliku 2.



Slika 2.

**25. 1.)**  $2 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 5$ . Imamo redom:

$$2 \cdot x \cdot (x+3) + 5 \cdot (x-1) = 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 5 \cdot x - 5 = 2 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 5.$$

**2.)**  $x = \frac{2}{3}$ . Prikažimo obje strane zadane jednadžbe kao potencije s bazom 10. Imamo:

$$5 \cdot \frac{1}{10^{x-1}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{2-x} \quad / \cdot 2$$

$$10 \cdot \frac{1}{10^{x-1}} = 10^{2-x},$$

$$10^{1-(x-1)} = 10^{2-x},$$

$$10^{1-x+1} = 10^{2-x},$$

$$10^{2-x} = 10^{2-x}.$$

Odatle izjednačavanjem eksponenata slijedi:

$$2-x=2 \cdot x,$$

$$-x-2 \cdot x=-2,$$

$$(-3) \cdot x=-2, \quad /:(-3)$$

$$x=\frac{2}{3}.$$

**26. 1.) 9.** Iz slike u zadatku slijedi da 40% površine cijelog kruga odgovara površini od  $12 \text{ m}^2$ . Stoga je površina cijelog kruga jednaka  $12 : \frac{40}{100} = 12 \cdot \frac{100}{40} = 12 \cdot \frac{5}{2} = 6 \cdot 5 = 30 \text{ m}^2$ .

Površina koju zauzima peršin iznosi 10% površine cijelog kruga, tj.  $\frac{10}{100} \cdot 30 = \frac{1}{10} \cdot 30 = 3 \text{ m}^2$ .

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> <small>POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE</small>	<b>KATEDRA ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE</b>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2017.</b>
---	---	---	--

Odatle zaključujemo da je površina koju zauzimaju mrkva i grašak jednaka  $30 - (12 + 3) = 30 - 15 = 15 \text{ m}^2$ . Označimo li s  $g$  površinu koju zauzima grašak, onda iz podataka u zadatku slijedi da je površina koju zauzima mrkva  $g - 3$ . Zbroj tih dviju površina mora biti jednak 15, pa dobivamo jednadžbu:

$$g + (g - 3) = 15.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned} g + (g - 3) &= 15, \\ g + g - 3 &= 15, \\ 2 \cdot g &= 15 + 3, \\ 2 \cdot g &= 18, \quad / : 2 \\ g &= 9. \end{aligned}$$

**2.) 32.5 .** Najprije izrazimo brzinu vlaka u m/s. Imamo:

$$72 \text{ km/h} = \frac{72000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s.}$$

Cijela kompozicija se nalazi na mostu od trenutka kad posljednji vagon u cijelosti stupa na most do trenutka kad lokomotiva stigne do kraja mosta. U tom vremenu lokomotiva je prešla put jednak razlici duljine mosta i duljine vlaka. Dakle, traženo vrijeme jednako je:

$$t = \frac{1000 - 350}{20} = \frac{650}{20} = \frac{65}{2} = 32.5 \text{ sekundi.}$$

- 27.** Primijetimo najprije da je donji pravac strmiji, tj. ima veći nagib, što znači da je odgovarajuća promjena vrijednosti varijable  $y$  (temperature) u istom vremenskom intervalu veća. U zadatku je navedeno da je promjena temperature posude sa 3 dL vode u razmaku od 5 minuta veća u odnosu na promjenu temperature posude sa 2 dL vode (prva promjena iznosi  $6^\circ\text{C}$ , a druga  $4^\circ\text{C}$ ). Zbog toga gornji pravac prikazuje kretanje temperature posude sa 2 dL vode, a donji pravac kretanje temperature posude sa 3 dL vode.

Nadalje, svaki pravac je graf linearne funkcije oblika  $f(x) = a \cdot x + b$ . Ta linearna funkcija ima svojstvo da je *promjena* vrijednosti funkcije  $f$  upravno razmjerna promjeni vrijednosti varijable  $x$ . Preciznije, za svaki  $c \in \mathbb{R}$  i svaki  $x \in \mathbb{R}$  vrijedi jednakost:

$$\frac{f(c \cdot x) - f(x)}{c \cdot x - x} = \frac{a \cdot c \cdot x + b - a \cdot x - b}{c \cdot x - x} = \frac{a \cdot c \cdot x - a \cdot x}{c \cdot x - x} = \frac{a \cdot x \cdot (c - 1)}{x \cdot (c - 1)} = a.$$

Odatle zaključujemo: ako se za 5 minuta temperatura poveća za  $6^\circ\text{C}$ , onda se za 1 minutu temperatura poveća za  $\frac{6}{5} = 1.2^\circ\text{C}$ . Analogno, ako se za 5 minuta temperatura poveća za

$4^\circ\text{C}$ , onda se za 1 minutu temperatura poveća za  $\frac{4}{5} = 0.8^\circ\text{C}$ .

 <b>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU</b> <small>POLYTECHNICUM ZAGABRIENSE</small>	<b>KATEDRA ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE</b>	<b>Matematika na državnoj maturi – osnovna razina</b>	<b>rješenja zadataka iz lipnja 2017.</b>
---	---	---	--

Jedan podiok na osi ordinata odgovara temperaturi od  $\frac{10}{5} = 2^\circ\text{C}$ . Stoga je početna temperatura posude sa 3 dL vode jednaka  $2^\circ\text{C}$ , dok je početna temperatura posude sa 2 dL vode  $14^\circ\text{C}$ .

Napokon, zbog linearne zavisnosti, temperatura posude sa 2 dL vode u trenutku  $t \geq 0$  dana je formulom

$$T_1(t) = 0.8 \cdot t + 14,$$

dok je temperatura posude sa 3 dL vode u trenutku  $t \geq 0$  dana formulom

$$T_2(t) = 1.2 \cdot t + 2.$$

**1.)  $14^\circ\text{C}$ .** Ovaj odgovor slijedi izravno iz gornjega razmatranja.

**2.)  $0.4^\circ\text{C}$ .** Imamo redom:

$$\begin{aligned}\Delta t &= (T_2(t+1) - T_2(t)) - (T_1(t+1) - T_1(t)) = \\ &= 1.2 \cdot (t+1) + 2 - 1.2 \cdot t - 2 - (0.8 \cdot (t+1) + 14 - 0.8 \cdot t - 14) = \\ &= 1.2 \cdot t + 1.2 - 1.2 \cdot t - 0.8 \cdot t - 0.8 + 0.8 \cdot t = 1.2 - 0.8 = 0.4\end{aligned}$$

Primjećujemo da je dobivena razlika zapravo razlika koeficijenata smjerova pravaca.

**3.) 30.** Riješimo jednadžbu  $T_1(t) = T_2(t)$  po nepoznanici  $t$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned}0.8 \cdot t + 14 &= 1.2 \cdot t + 2, \\ 0.8 \cdot t - 1.2 \cdot t &= 2 - 14, \\ -0.4 \cdot t &= -12, \quad / : (-0.4) \\ t &= 30.\end{aligned}$$

Dakle, temperature vode u posudama će biti jednake nakon 30 minuta.

Pripremio:  
**mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač**