TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja oglednoga ispita iz listopada 2021. (osnovna razina)

1. **C**. Izračunajmo vrijednost svakoga brojevnoga izraza:

$$2\cdot 7=14,$$
$$12:6=2,$$
$$1-4=-3,$$
$$5+8=13.$$

Brojevi 2, 13 i 14 su strogo pozitivni cijeli brojevi, tj. prirodni brojevi.
Broj –3 je strogo negativan cijeli broj i on ne pripada skupu prirodnih brojeva.

2. **A**. Računamo:

$$\frac{\sqrt[3]{123}}{1+\sqrt{45}}\approx\frac{4.9731898333}{1+6.7082039325}\approx 0.64518\approx 0.645.$$

3. **C**. Podijelimo:

$$\frac{1.674\cdot 10^{-27}}{9.109\cdot 10^{-31}}=\frac{1.674}{9.109}\cdot 10^{-27-(-31)}\approx 0.18377429\cdot 10^{-27+31}=0.18377429\cdot 10^{4}=1837.7429\approx 1838.$$

Dakle, masa protona je približno 1838 puta veća od mase elektrona.

4. **A**. Koristeći osnovna pravila za množenje i dijeljenje potencija s istim bazama, te potenciranje potencije imamo redom:

$$\begin{aligned}&(-x\cdot y)^3\cdot\left(-x\cdot y^5\right)^{-2}:x^{-1}=((-1)\cdot x\cdot y)^3\cdot\left((-1)\cdot x\cdot y^5\right)^{-2}:x^{-1}=\\&=(-1)^3\cdot x^3\cdot y^3\cdot(-1)^{-2}\cdot x^{-2}\cdot y^{5\cdot(-2)}:x^{-1}=\\&=(-1)^{3+(-2)}\cdot x^{3+(-2)-(-1)}\cdot y^{3+5\cdot(-2)}=\\&=(-1)^{3-2}\cdot x^{3-2+1}\cdot y^{3-10}=(-1)^1\cdot x^2\cdot y^{-7}=-x^2\cdot y^{-7}.\end{aligned}$$

5. **A**. Nakon jedne godine Ana će imati ukupno $18+3$ lepeza. Nakon dvije godine Ana će imati ukupno $(18+3)+3=18+3+3=18+2\cdot 3$ lepeza. Nakon tri godine Ana će imati ukupno $(18+2\cdot 3)+3=18+2\cdot 3=18+3\cdot 3$ lepeza itd. Tako zaključujemo da će nakon x godina Ana imati ukupno $18+x\cdot 3=3\cdot x+18$ lepeza.

Primijetimo da brojevi lepeza nakon x godina tvore aritmetički niz (označimo ga s f) kojemu je prvi član $18+3$, a razlika 3. Pritom je $x\in\mathbb{N}$. Opći član toga niza je

$$f(x)=(18+3)+(x-1)\cdot 3=21+3\cdot x-3=3\cdot x+18,$$

kako smo i ranije zaključili.

6. **D**. Iz jednadžbe pravca očitamo da je njegov koeficijent smjera $k=\frac{1}{2}$, a odsječak na osi ordinata $l=\frac{-7}{2}$. To znači da pravac prolazi točkom $S=\left(0,\frac{-7}{2}\right)$ na strogo negativnom dijelu osi ordinata i da predstavlja graf strogo rastućega polinoma 1. stupnja (tj. ima oblik /). Jedini od četiriju prikazanih pravaca koji ima oba navedena svojstva (siječe os ordinata u točki iz njezina strogo negativnoga dijela i ima oblik /) je pravac nacrtan na slici **D**.

7. **B**. Riješimo kvadratnu jednadžbu $5\cdot k^2+20\cdot k-105=0$. Dobivamo:

$$k_{1,2}=\frac{-20\pm\sqrt{(-20)^2-4\cdot 5\cdot(-105)}}{2\cdot 5}=\frac{-20\pm\sqrt{400-(-2100)}}{10}=\frac{-20\pm\sqrt{400+2100}}{10}=$$
$$=\frac{-20\pm\sqrt{2500}}{10}=\frac{-20\pm 50}{10}\Rightarrow$$
$$k_1=\frac{-20+50}{10}=\frac{30}{10}=3,\ k_2=\frac{-20-50}{10}=\frac{-70}{10}=-7.$$

Primjenom osnovnoga teorema algebre dobivamo:

$$5\cdot k^2+20\cdot k-105=5\cdot(k-3)\cdot(k-(-7))=5\cdot(k-3)\cdot(k+7).$$

Među ponuđenim binomima, jedino je binom $k-3$ faktor zadanoga izraza.

8. **A**. Za sve dopustive x,y vrijedi:

$$\frac{x^2-y^2}{x-y}=\frac{(x-y)\cdot(x+y)}{x-y}=x+y,$$
$$\frac{x^2+x\cdot y}{x+y}=\frac{x\cdot(x+y)}{x+y}=x,$$
$$\frac{x\cdot y-y^2}{x-y}=\frac{y\cdot(x-y)}{x-y}=y.$$

Zaključujemo da je jedino algebarski razlomak naveden pod **A**. skraćen do kraja. (Prema gornjim jednakostima, ostala tri algebarska razlomka nisu skraćena do kraja, tj. mogu se još skratiti.)

9. **D**. Neka je n iznos džeparca kojega je Pia dobila u siječnju. Tada je iznos džeparca kojega je Pia dobila u veljači $3\cdot n$. Označimo li s x iznos džeparca kojega je Pia dobila u ožujku, onda mora vrijediti jednakost:

$$x+\frac{50}{100}\cdot x=3\cdot n.$$

Riješimo ovu jednadžbu po nepoznanici x. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&x\cdot\left(1+\frac{50}{100}\right)=3\cdot n,\\
&x\cdot(1+0.5)=3\cdot n,\\
&1.5\cdot x=3\cdot n,\quad /:1.5\\
&x=\frac{3\cdot n}{1.5}=\frac{3}{1.5}\cdot n=2\cdot n.
\end{aligned}$$

Dakle, Pia je u siječnju dobila n kn, a u ožujku $2\cdot n$ kn, pa zaključujemo da je iznos njezina džeparca u ožujku dva puta veći nego u siječnju.

10. B. Očekivano trajanje života žena u 2019. godini iznosi 81.6 godina. Očekivano trajanje života žena u 2014. godini iznosi 80.5 godina. Razlika tih dviju vrijednosti jednaka je $81.6-80.5=1.1$ godina. Dakle, traženo povećanje iznosi 1.1. godinu.

11. B. Neka su p i n redom broj bodova koje donosi točno riješeni zadatak, odnosno broj (negativnih) bodova koje donosi netočno riješeni zadatak. Očito su $p>0$ i $n<0$.

Marko je točno riješio 26 zadataka. Budući da je rješavao sve ispitne zadatke, zaključujemo da je netočno riješio $30-26=4$ zadatka. Za točno riješenih 26 zadataka dobio je ukupno $p\cdot 26$ bodova, dok je za netočno riješena 4 zadatka dobio ukupno $n\cdot 4$ bodova. Markov ukupan broj bodova iznosi $26\cdot p+4\cdot n$ i on mora biti jednak 118. Dakle, vrijedi jednakost:

$$26\cdot p+4\cdot n=118.$$

Petar je točno riješio 18 zadataka. Budući da je rješavao sve ispitne zadatke, zaključujemo da je netočno riješio $30-18=12$ zadataka. Za točno riješenih 18 zadataka dobio je ukupno $p\cdot 18$ bodova, dok je za netočno riješenih 12 zadataka dobio ukupno $n\cdot 12$ bodova. Petrov ukupan broj bodova iznosi $18\cdot p+12\cdot n$ i on mora biti jednak 54. Dakle, vrijedi jednakost:

$$18\cdot p+12\cdot n=54.$$

Tako smo dobili sljedeći sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} 26\cdot p+4\cdot n=118, \\ 18\cdot p+12\cdot n=54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13\cdot p+2\cdot n=59, \\ 3\cdot p+2\cdot n=9. \end{cases}$$

Oduzimanjem druge jednadžbe od prve dobivamo $10\cdot p=50,$ a odatle dijeljenjem s 10 slijedi $p=5.$ Uvrštavanjem te vrijednosti npr. u drugu jednadžbu sustava dobivamo $3\cdot 5+2\cdot n=9$, odnosno $15+2\cdot n=9$, odnosno $2\cdot n=-6.$ Odatle je $n=-3.$ Dakle, svaki netočno riješeni zadatak boduje se s 3 negativna boda.

12. B. Primijetimo da je nužno $v_0>0.$ Najveća vrijednost funkcije h iznosi

$$h_{\max}=\frac{4\cdot(-8)\cdot 0-v_0^2}{4\cdot(-8)}=\frac{-v_0^2}{-32}=\frac{v_0^2}{32}.$$

Ona mora biti jednaka 3.125, pa dobivamo kvadratnu jednadžbu

$$\frac{v_0^2}{32}=3.125.$$

Množenjem te jednadžbe s 32 dobivamo $v_0^2=100.$ Jedino strogo pozitivno rješenje te jednadžbe je $v_0=\sqrt{100}=10.$ Dakle, početna brzina iznosi 10 m/s.

13. C. Tražena je duljina jednaka udaljenosti početne i završne točke zadanoga vektora, a ta je udaljenost jednaka

$$d=\sqrt{(-1-(-3))^2+(-5-5)^2}=\sqrt{(-1+3)^2+(-10)^2}=\sqrt{2^2+(-10)^2}=\sqrt{4+100}=$$
$$=\sqrt{104}=\sqrt{4\cdot 26}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{26}=2\cdot\sqrt{26}\text{ jed. duljine.}$$

14. A. Sva četiri trokuta su očito pravokutna. Središte kružnice opisane *bilo kojem* pravokutnom trokutu nalazi se u polovištu hipotenuze (najdulje stranice toga trokuta). Od svih četiriju ponuđenih slika, jedino se na slici **A**. točka S nalazi na hipotenuzi, pa bi ona mogla biti središte tom trokutu opisane kružnice.

15. A. Primjenom kosinusova poučka dobivamo:

$$c=\sqrt{12^2+18^2-2\cdot 12\cdot 18\cdot\cos 85^\circ}=\sqrt{144+324-432\cdot\cos 85^\circ}\approx$$
$$\approx\sqrt{430.34871913}\approx 20.744848\approx 20.74\text{ cm.}$$

16. D. Označimo s α mjeru kuta *nasuprot* osnovici zadanoga trokuta. Tada vrijedi jednakost:

$$\alpha+2\cdot\beta=180^\circ.$$

Iz te jednakosti izrazimo traženu mjeru kuta β:

$$2\cdot\beta = 180^\circ - \alpha, \quad /:2$$
$$\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = \frac{180^\circ}{2} - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

S druge strane, iz pravokutnoga trokuta čije su katete duge 5.42 i 6.15, a mjera kuta nasuprot kateti dugoj 5.42 jednaka α, odmah slijedi:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{5.42}{6.15} = \frac{542}{615} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{542}{615}\right) \approx 41.38975368^\circ,$$

pa je konačno

$$\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \approx 90^\circ - \frac{41.38975368^\circ}{2} = 69.30512316^\circ \approx 69^\circ 18' 18'' \approx 69^\circ 18'.$$

17. B. Neka su r i h redom duljina polumjera osnovke, odnosno duljina visine zadanoga stošca (obje iskazane u cm). Opseg osnovke stošca jednak je $2\cdot r\cdot\pi$ cm, pa iz jednadžbe $2\cdot r\cdot\pi = 12\cdot\pi$ dijeljenjem s $2\cdot\pi$ odmah slijedi $r = 6$. Zbog toga je i $h = 6$, pa je traženi volumen stošca jednak:

$$V = \frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h = \frac{1}{3}\cdot 6^2\cdot\pi\cdot 6 = 2\cdot 6^2\cdot\pi = 2\cdot 36\cdot\pi = 72\cdot\pi\ \text{cm}^3.$$

18. D. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da su karte u obama špilovima označene prirodnim brojevima od 1 do 20. Također, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da je kartu najprije izvukao Ivan. Vjerojatnosni prostor koji modelira promatrani slučajni pokus je:

$$\Omega = \{(i,j) : i, j \in \{1,2,3,...,18,19,20\}\}.$$

Prva komponenta uređenoga para (i, j) označava kartu koju je izvukao Ivan, a druga kartu koju je izvukla Janja. Prema pravilu umnoška, ukupan broj svih elemenata skupa Ω jednak je:

$$\operatorname{card}(\Omega) = 20\cdot 20 = 20^2.$$

Skup svih povoljnih ishoda A tvore uređeni parovi iz skupa Ω kojima je prva komponenta jednaka drugoj (jer to znači da su izvučene jednake karte). Dakle,

$$A = \{(i,i) : i \in \{1,2,3,...,18,19,20\}\}.$$

Očito je $\text{card}(A)=20$ jer je izborom prve komponente jednoznačno određena druga, a prvu možemo izabrati na točno 20 načina.

Tako zaključujemo da je tražena vjerojatnost jednaka:

$$p=\frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}=\frac{20}{20^2}=\frac{1}{20}=0.05.$$

Primijetimo da je dobivena vjerojatnost jednaka vjerojatnosti da ćemo iz špila od 20 različitih karata izvući točno jednu *unaprijed zadanu* kartu (npr. kartu označenu brojem 1). U tom je slučaju broj povoljnih ishoda jednak 1 (jer nam odgovara izvući jedino unaprijed zadanu kartu), dok je broj mogućih ishoda jednak 20 (jer možemo izvući bilo koju od 20 različitih karata), pa slijedi tvrdnja. Ona je zapravo posve prirodna jer promatrani slučajni pokus možemo shvatiti kao da je Janjina karta unaprijed zadana (i jednaka Ivanovoj izvučenoj karti).

19. B. Primjenom pravila za logaritmiranje umnoška dobivamo:

$$\log_2(8\cdot x)=\log_2 8+\log_2 x=\log_2\left(2^3\right)+\log_2 x=3+a.$$

20. A. U svakom od navedenih četiriju nizova izračunajmo *razliku* svakoga člana niza (osim prvoga) i njemu neposredno prethodnoga člana:

$$\begin{cases}5-2,8-5,11-8,14-11\\9-3,12-9,18-12,21-18\\10-5,20-10,25-20,35-25,\\14-7,17-14,24-17,27-24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3,3,3,3\\6,3,6,3\\5,10,5,10\\7,3,7,3\end{cases}$$

Niz je aritmetički ako i samo ako je niz dobivenih razlika konstantan, tj. takav da su svi njegovi članovi međusobno jednaki. Jedini takav niz dobiva se u slučaju **A**.

21. 1.) Bilo koji racionalan broj oblika $\frac{m}{20}$, gdje je $m\in\{66,67,68,...,85,86,87\}$.

Svedimo zadane razlomke na najmanji zajednički nazivnik. On je jednak 20, pa vrijede jednakosti:

$$\frac{13}{4}=\frac{13\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{65}{20},\qquad \frac{22}{5}=\frac{22\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{88}{20}.$$

Dakle, jedno moguće rješenje zadatka je bilo koji racionalan broj kojemu je nazivnik jednak 20, a brojnik *bilo koji* prirodan broj iz skupa {66, 67, 68, ..., 85, 86, 87}. Najjednostavniji takav broj dobijemo uzimajući da je brojnik jednak 80. Tada je

traženi broj jednak $\frac{80}{20}=4.$

2.) $m=2\cdot n-3.$ Pomnožimo zadanu jednakost sa 4, pa dobivamo:

$$m+1=2\cdot(n-1)\Leftrightarrow m+1=2\cdot n-2\Leftrightarrow m=2\cdot n-2-1\Leftrightarrow m=2\cdot n-3.$$

22. 1.) **1234**. Koristeći pravilo za množenje potencija jednakih baza dobivamo:

$$1235^{100}\cdot 1235^{-99}-1235^{0}=1235^{100+(-99)}-1=1235^{100-99}-1=1235^{1}-1=1235-1=1234.$$

2.) $2\cdot a+1$. Koristeći formulu za kvadrat binoma dobivamo:

$$(a+1)^2-a^2=a^2+2\cdot a+1-a^2=2\cdot a+1.$$

23. 1.) $\left\langle -2,\frac{1}{4}\right\rangle=\langle -2,0.25\rangle$. Koeficijent uz x^2 jednak je 4. Taj je broj strogo pozitivan, pa je skup svih rješenja zadane nejednadžbe *otvoreni* interval omeđen nultočkama pripadne kvadratne funkcije. Zbog toga riješimo jednadžbu:

$$4\cdot x^2+7\cdot x-2=0.$$

Dobivamo:

$$x_{1,2}=\frac{-7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 4\cdot(-2)}}{2\cdot 4}=\frac{-7\pm\sqrt{49-(-32)}}{8}=\frac{-7\pm\sqrt{49+32}}{8}=$$
$$=\frac{-7\pm\sqrt{81}}{8}=\frac{-7\pm 9}{8}\Rightarrow$$
$$x_1=\frac{-7+9}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4},\quad x_2=\frac{-7-9}{8}=\frac{-16}{8}=-2.$$

Dakle, traženi skup rješenja je interval $\left\langle -2,\frac{1}{4}\right\rangle=\langle -2,0.25\rangle$.

2.) $m>\frac{13}{2}=6.5.$ Riješimo najprije zadanu jednadžbu po nepoznanici x. Imamo redom:

$$8\cdot x-2\cdot m-3=0,$$
$$8\cdot x=2\cdot m+3,\quad /:8$$
$$x=\frac{2\cdot m+3}{8}.$$

Dobivena vrijednost treba biti strogo veća od 2, pa slijedi:

$$\frac{2\cdot m+3}{8}>2, \quad /\cdot 8$$
$$2\cdot m+3>16,$$
$$2\cdot m>16-3,$$
$$2\cdot m>13.$$

Odatle dijeljenjem s 2 slijedi $m>\frac{13}{2}$ ili, ekvivalentno, $m>6.5$.

24. 1.) $7^{\frac{9}{4}}$. Imamo redom:

$$\sqrt{7^5\cdot\sqrt{\frac{1}{7}}}=\sqrt{\sqrt{\left(7^5\right)^2\frac{1}{7}}}=\sqrt[2\cdot 2]{7^{5\cdot 2-1}}=\sqrt[4]{7^{10-1}}=\sqrt[4]{7^9}=7^{\frac{9}{4}}.$$

2.) 4. Lako vidimo da je $[-12,-3\rangle\cap[-7,3\rangle=[-7,-3\rangle$. Posljednjem poluzatvorenom intervalu pripadaju negativni cijeli brojevi –7, –6, –5 i –4. Njih ima ukupno 4.

25. 1.) 25. Siječanj ima ukupno 31 dan, pa je iznos Markova džeparca jednak $31\cdot 22.58=699.98\approx 700$ kn. Veljača u neprijestupnoj godini ima 28 dana, pa Marko u veljači može potrošiti najviše $700:28=25$ kn dnevno.

2.) 1260. Traženi redni broj kupca jednak je najmanjem zajedničkom višekratniku prirodnih brojeva 84, 105 i 126. Budući da su $84=2\cdot 2\cdot 3\cdot 7$, $105=3\cdot 5\cdot 7$ i $126=2\cdot 3\cdot 3\cdot 7$, traženi je broj jednak $2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 7=1260$.

26. 1.) ≈ 136. Dužine $\overline{PR}$ i $\overline{PT}$ su katete, a dužina $\overline{RT}$ hipotenuza pravokutnoga trokuta PRT. Primjenom Pitagorina poučka odmah dobivamo:

$$\left|\overline{PR}\right|=\sqrt{\left|\overline{RT}\right|^2-\left|\overline{PT}\right|^2}=\sqrt{146^2-53^2}=\sqrt{21316-2809}=\sqrt{18507}\approx 136.04\approx 136.$$

2.) ≈ 170. Primjenom sinusova poučka na trokut TSR najprije izračunamo mjeru kuta RTS u trokutu SRT:

$$\frac{146}{\sin 59^\circ}=\frac{95}{\sin\left(\angle RTS\right)}\Leftrightarrow \sin\left(\angle RTS\right)=\frac{95}{146}\cdot\sin 59^\circ\Rightarrow$$
$$\angle RTS=\arcsin\left(\frac{95}{146}\cdot\sin 59^\circ\right)\approx 33.9000509005^\circ.$$

Zbroj mjera svih triju kutova u tom trokutu treba biti jednak 180°. Koristeći to svojstvo odredimo mjeru kuta TRS:

$$\angle TRS = 180^\circ - \left(59^\circ + 33.9000509005^\circ\right) = 87.0999490995^\circ.$$

Preostaje ponovno primijeniti sinusov poučak i izračunati traženu udaljenost (iskazanu u metrima):

$$\frac{146}{\sin 59^\circ} = \frac{\left|\overline{ST}\right|}{\sin\left(\angle TRS\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\overline{ST}\right| = \frac{146}{\sin 59^\circ} \cdot \sin\left(\angle TRS\right) \approx \frac{146}{\sin 59^\circ} \cdot \sin\left(87.0999490995^\circ\right) \approx 170.1103384 \approx 170.$$

27. 1.) 12. Iz zadanoga kružnoga dijagrama vidimo da je 30% svih promatranih učenika položilo maturu s ocjenom vrlo dobar. Zbog toga je traženi broj jednak:

$$\frac{30}{100} \cdot 40 = 12.$$

2.) 3.7. Traženu prosječnu ocjenu, tj. aritmetičku sredinu svih ocjena maturanata, dobit ćemo tako da *relativnu* frekvenciju svake ocjene (koju možemo pročitati iz kružnoga dijagrama) pomnožimo s tom ocjenom i zbrojimo dobivene rezultate. Dakle, imamo:

$$s = 10\% \cdot 2 + 35\% \cdot 3 + 30\% \cdot 4 + 25\% \cdot 5 = 0.1 \cdot 2 + 0.35 \cdot 3 + 0.3 \cdot 4 + 0.25 \cdot 5 =$$
$$= 0.2 + 1.05 + 1.2 + 1.25 = 3.7.$$

28. 1.) $\frac{-8}{5} = -1.6.$ Zapišimo jednadžbu prvoga pravca u eksplicitnom obliku:

$$2 \cdot x - 5 \cdot p \cdot y + 11 = 0,$$
$$(-5 \cdot p) \cdot y = (-2) \cdot x - 11, \quad / : (-5) \cdot p$$
$$y = \frac{2}{5 \cdot p} \cdot x + \frac{11}{5 \cdot p}.$$

Taj će pravac biti usporedan s pravcem $y = -0.25 \cdot x - 4$ ako i samo ako koeficijenti smjerova obaju pravaca budu jednaki. Koeficijent smjera prvoga pravca je $\frac{2}{5 \cdot p}$, a koeficijent smjera drugoga pravca -0.25. Izjednačavanjem dobivamo jednadžbu:

$$\frac{2}{5 \cdot p} = -0.25.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$2 = 5 \cdot p \cdot (-0.25),$$
$$(-1.25) \cdot p = 2,$$
$$p = \frac{2}{-1.25} = \frac{-200}{125} = \frac{-8}{5} = -1.6.$$

2.) $\langle 2, +\infty \rangle$. *Bilo koja* logaritamska funkcija čija je baza neki „konkretan“ strogo pozitivan realan broj različit od 1 definirana je samo za strogo pozitivne vrijednosti svojega argumenta (logaritmanda). U ovom slučaju, dakle, izraz u okrugloj zagradi mora biti strogo pozitivan, pa dobivamo linearnu nejednadžbu 1. stupnja s jednom nepoznanicom:

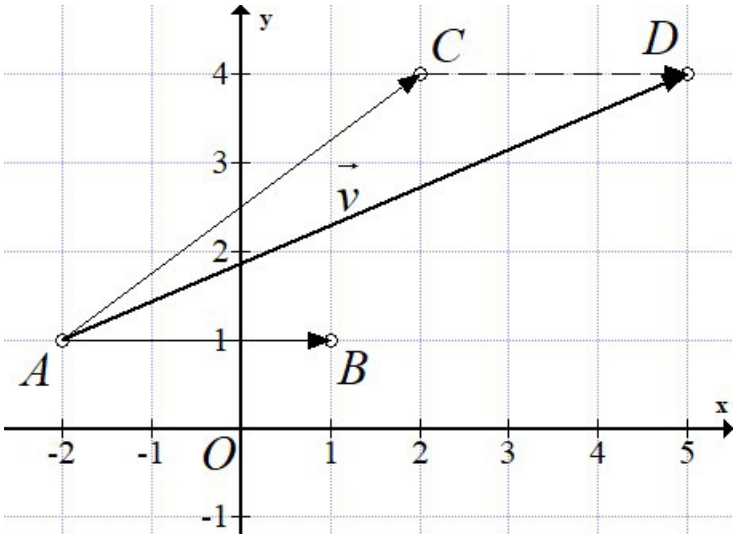
$$2 \cdot x - 4 > 0.$$

Riješimo tu nejednadžbu na uobičajen način:

$$2 \cdot x > 4, \quad / : 2$$
$$x > 2.$$

Dakle, traženu prirodnu domenu tvore svi realni brojevi koji su strogo veći od 2. Oni tvore otvoreni interval $\langle 2, +\infty \rangle$. Dakle, $D(f) = \langle 2, +\infty \rangle$.

29. 1.) Vidjeti sliku. Primijenimo pravilo trokuta za zbrajanje vektora. Traženi je vektor dulja dijagonala paralelograma čija su tri vrha A, B i C. Početna točka toga vektora je točka A. Krajnju točku (označimo je s D) dobijemo tako da vektor $\overrightarrow{AB}$ translatiramo (paralelno pomičemo) tako da mu početna točka bude C. Dobivamo sljedeću sliku.



Slika 1.

2.) $g(x)=(-6)\cdot x+2$. Odredimo najprije pravilo funkcije *f*. Primijetimo da je njezin graf pravac koji prolazi točkama $(1.5,0)$ i $(0,4)$. Odredimo njegovu jednadžbu u segmentnom obliku, pa je potom zapišimo u eksplicitnom obliku:

$$\frac{x}{1.5}+\frac{y}{4}=1, \quad /\cdot 4$$
$$\frac{4}{1.5}\cdot x+y=4,$$
$$\frac{40}{15}\cdot x+y=4,$$
$$\frac{8}{3}\cdot x+y=4,$$
$$y=\frac{-8}{3}\cdot x+4.$$

Dakle, $f(x)=\frac{-8}{3}\cdot x+4$, pa je tražena funkcija

$$g(x)=f(x)-2=\frac{-8}{3}\cdot x+4-2=\frac{-8}{3}\cdot x+2.$$

30. 1.) 34 527.84. Izrazimo najprije površinu nasljeđenoga zemljišta u m². Primijenimo jednostavno pravilo trojno:

↑ 0.8 lanca	5754.64 m² ↑
2 lanca	P_1 m²

Postavimo razmjer:

$$P_1:5754.64=2:0.8.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$0.8\cdot P_1=5754.64\cdot 2, \quad /:0.8$$
$$P_1=\frac{5754.64\cdot 2}{0.8}=14386.6.$$

Izrazimo sada površinu kupljenoga zemljišta u m². Ne moramo primijeniti jednostavno pravilo trojno, nego odmah dobivamo:

$$P_2=3.5\cdot 5754.64=20141.24.$$

Zbog toga je tražena je površina jednaka:

$$P = P_1 + P_2 = 14386.6 + 20141.24 = 34527.84 \text{ m}^2.$$

2.) 25. Duljina stranice osjenčanoga dijela trokuta koji leži na stranici $\overline{AC}$ jednaka je $\frac{1}{4} \cdot \left|\overline{AC}\right| = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3.$

Analogno, duljina stranice osjenčanoga dijela trokuta koji leži na stranici $\overline{BC}$ jednaka je $\frac{1}{4} \cdot \left|\overline{BC}\right| = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2.$

Manja stranica osjenčanoga dijela trokuta koja je usporedna sa stranicom $\overline{AB}$ je srednjica trokuta ABC (njezini krajevi dijele dužine $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$ na dva jednaka dijela), pa je njezina duljina jednaka polovici duljine stranice $\overline{AB}$, tj.

$$\frac{1}{2} \cdot \left|\overline{AB}\right| = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8.$$

Naposljetku, duljina preostale stranice osjenčanoga dijela trokuta jednaka je $\frac{3}{4}$ duljine stranice $\overline{AB}$ jer njezini krajevi dijele dužine $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$ u omjeru $1:3$ računajući od vrha A, odnosno vrha B. (Preciznije, označimo li s E i F krajeve te preostale stranice, onda su trokutovi EFC i ABC slični s koeficijentom sličnosti $\frac{3}{4}$, pa se duljine stranica $\overline{EF}$ i $\overline{AB}$ odnose kao $3:4$.) Prema tome, duljina te stranice jednaka je $\frac{3}{4} \cdot \left|\overline{AB}\right| = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12.$

Tako zaključujemo da je traženi opseg jednak

$$O = 3 + 2 + 8 + 12 = 25 \text{ cm}.$$

Pripremio:

mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač