TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz kolovoza 2020. (osnovna razina)

1. **B**. Brojevi $-0.13=-\frac{13}{100}$ i $\frac{1}{5}$ su racionalni brojevi koji nisu cijeli. Broj $\sqrt{7}$ je iracionalan broj. Broj –6 je negativan cijeli broj. Broj 48 je prirodan broj, tj. pozitivan cijeli broj. Dakle, u zadanom su skupu točno dva cijela broja: –6 i 48.

2. **D**. Skup naveden pod **A**. je skup svih realnih brojeva koji su strogo veći od –2 i strogo manji od 3. Skup naveden pod **B**. je skup svih realnih brojeva koji nisu manji od –2 i nisu veći od 3. Skup naveden pod **C**. je skup svih realnih brojeva koji nisu veći od –2 ili nisu manji od 3. Skup naveden pod **D**. je skup svih realnih brojeva koji su manji od –2 ili veći od 3. Dakle, rješenje zadatka je skup pod **D**.

   Napomena: U postavci zadatka je pogrešno navedena riječ „intervala“ jer skup $\langle -\infty,-2\rangle \cup \langle 3,+\infty\rangle$ nije interval. Da bi zadatak imao navedeno rješenje, riječ „intervala“ treba zamijeniti riječju „skupova“.

3. **A**. Imamo redom:

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1, \quad /\cdot 2$$
$$x+\frac{y}{2}=2,$$
$$x=2-\frac{y}{2}=2-\frac{1}{2}\cdot y.$$

4. **C**. Traženi promjer izražen u metrima jednak je:

$$360\cdot 10^{-9}=36\cdot 10\cdot 10^{-9}=36\cdot 10^{1}\cdot 10^{-9}=36\cdot 10^{1-9}=36\cdot 10^{-8} \text{ (metara).}$$

5. **B**. Primjenom formule za udaljenost dviju točaka u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini dobivamo:

$$d(M,N)=\sqrt{(2-3)^2+(5-1)^2}=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{1+16}=\sqrt{17} \text{ jed. duljine.}$$

6. **D**. Riješimo zadanu nejednadžbu na uobičajen način. Imamo redom:

$$4\cdot x-8+3-3\cdot x>5\cdot x,$$
$$4\cdot x-3\cdot x-5\cdot x>8-3,$$
$$-4\cdot x>5, \quad /:(-1)$$
$$4\cdot x<-5.$$

   (Dijeljenjem nejednadžbe strogo negativnim realnim brojem „okreće“ se znak nejednakosti.) Dakle, rješenje zadatka je nejednadžba pod **D**.

7. **A**. Odredimo cijenu jedne litre jogurta prije, odnosno poslije učinjenih promjena. Dvaput ćemo primijeniti jednostavno pravilo trojno jer su veličine „volumen jogurta“ i „cijena jogurta“ upravno razmjerne. Najprije postavimo shemu:

$$\uparrow \begin{array}{l} 0.8 \text{ litara} \\ 1 \text{ litra} \end{array} \qquad \uparrow \begin{array}{l} 8.92 \text{ kn} \\ x \text{ kn} \end{array}$$

iz koje dobivamo razmjer:

$$x : 8.92 = 1 : 0.8.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$0.8 \cdot x = 1 \cdot 8.92 \Leftrightarrow 0.8 \cdot x = 8.92 \Leftrightarrow x = \frac{8.92}{0.8} = 11.15.$$

Dakle, cijena jedne litre jogurta prije učinjenih promjena bila je 11.15 kn. Na potpuno analogan način odredimo cijenu jedne litre jogurta poslije učinjenih promjena. Ponovno postavimo shemu:

$$\uparrow \begin{array}{l} 0.6 \text{ litara} \\ 1 \text{ litra} \end{array} \qquad \uparrow \begin{array}{l} 7.20 \text{ kn} \\ y \text{ kn} \end{array}$$

iz koje dobivamo razmjer:

$$y : 7.20 = 1 : 0.6.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$0.6 \cdot y = 1 \cdot 7.20 \Leftrightarrow 0.6 \cdot y = 7.20 \Leftrightarrow y = \frac{7.20}{0.6} = 12.$$

Dakle, cijena jedne litre jogurta poslije učinjenih promjena je 12 kn. U odnosu na cijenu prije učinjenih promjena, cijena je povećana za $12 - 11.15 = 0.85$ kn = 85 lp.

8. **A**. Duljina ograde oko cvjetnjaka kružnoga oblika jednaka je opsegu kruga, dok je površina cvjetnjaka jednaka površini kruga. Nadalje, ako za polumjere dvaju krugova vrijedi jednakost $r_2 : r_1 = k$, onda za opsege tih krugova vrijedi jednakost $O_2 : O_1 = k$, dok za površine tih krugova vrijedi jednakost $P_2 : P_1 = k^2$. Budući da ni polumjeri, ni opsezi, ni površine ne mogu biti strogo negativni realni brojevi, nužno mora vrijediti nejednakost $k > 0$.

Iz zadatka znamo da vrijedi jednakost $P_2 : P_1 = 2$ jer drugi cvjetnjak ima dvostruko

veću površinu u odnosu na prvi. Iz jednakosti $P_2 : P_1 = k^2$ i $P_2 : P_1 = 2$ dobivamo kvadratnu jednadžbu $k^2 = 2$. Zbog zahtjeva $k > 0$ tražimo strogo pozitivno rješenje te jednadžbe, pa smijemo korjenovati obje njezine strane. Tako odmah dobijemo $k = \sqrt{2}$. Sada u jednakost $O_2 : O_1 = k$ uvrstimo $O_1 = 20,\ k = \sqrt{2}$, pa konačno slijedi:

$$O_2 : 20 = \sqrt{2} \Leftrightarrow O_2 = 20 \cdot \sqrt{2} \approx 28.28427 \approx 28.28 \text{ metara.}$$

9. **B**. Neka je A sjecište pravca PQ i pravca RS. Promotrimo trokut RAQ. Kut pri vrhu Q toga trokuta ima mjeru $180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$ jer su kutovi $\angle RQP$ i $\angle RQA$ sukuti (imaju zajednički krak RQ, a kraci QA i PQ pripadaju jednom pravcu), pa su suplementarni (zbroj njihovih mjera je 180°).

   Nadalje, mjera kuta $\angle RAQ$ u trokutu RAQ jednaka je mjeri tupoga kuta kojega zatvaraju pravci RS i ST. Naime, prema pretpostavci su pravci PQ i ST paralelni, pa je pravac RA priječnica (transverzala). Odatle zaključujemo da kut pri vrhu A trokuta RAQ ima mjeru $180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$.

   Preostaje primijeniti svojstvo o zbroju mjera kutova u trokutu. Taj zbroj mora biti jednak 180°, pa zaključujemo da je tražena mjera jednaka:

$$\alpha = 180^\circ - \left(35^\circ + 124^\circ\right) = 180^\circ - 159^\circ = 21^\circ.$$

10. **A**. Primijenit ćemo teorem K-S-K o sukladnosti trokutova (dva su trokuta sukladna ako se podudaraju u jednoj stranici i dvama kutovima uz tu stranicu). Među ponuđenim trokutovima treba pronaći onaj kojemu kutovi uz stranicu duljine 6.3 cm imaju mjere 40° i 65°.

    Trokut ponuđen pod **A**. uz stranicu duljine 6.3 cm ima kutove mjere 40° i $180^\circ - \left(40^\circ + 75^\circ\right) = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$. Prema navedenom teoremu, taj trokut je sukladan zadanom trokutu.

    Trokut ponuđen pod **B**. uz stranicu duljine 6.3 cm ima kutove mjere 75° i $180^\circ - \left(75^\circ + 65^\circ\right) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$. Prema navedenom teoremu, taj trokut nije sukladan zadanom trokutu.

    Trokut ponuđen pod **C**. uz stranicu duljine 6.3 cm ima kutove mjere 40° i 75°. Prema navedenom teoremu, taj trokut nije sukladan zadanom trokutu.

    Trokut ponuđen pod **D**. uz stranicu duljine 6.3 cm ima kutove mjere 75° i 65°. Prema navedenom teoremu, taj trokut nije sukladan zadanom trokutu.

11. B. Funkcija f je polinom 1. stupnja oblika $f(x)=a\cdot x+b$, gdje su $a,b\in\mathbb{R}$ konstante. Iz podatka $f(0)=-3$ slijedi: $-3=a\cdot 0+b \Leftrightarrow -3=0+b \Leftrightarrow b=-3.$

Iz podatka $f(6)=21$ i dobivene jednakosti $b=-3$ slijedi $a\cdot 6+(-3)=21 \Leftrightarrow$ $6\cdot a-3=21 \Leftrightarrow 6\cdot a=21+3 \Leftrightarrow 6\cdot a=24 \Leftrightarrow a=4.$

Dakle, tražena funkcija je $f(x)=4\cdot x-3.$

12. C. Koristit ćemo svojstvo: ako se sjecište pravca $x=a$ i zadane krivulje nalazi u prvom ili drugom kvadrantu, onda je $f(a)>0$ (i obratno). To je sjecište, naime, točka $T=(a,f(a))$. Ako se ta točka nalazi u prvom ili drugom kvadrantu, onda je njezina ordinata strogo pozitivna, tj. vrijedi nejednakost $f(a)>0$.

Dakle, kroz točke (–3, 0), (–2, 0), (2, 0) i (3, 0) povucimo pravce paralelne s osi ordinata, pa pogledajmo u kojemu se kvadrantu nalazi sjecište svakoga od tih pravaca i zadane krivulje. Ako postoji, to sjecište je jedinstveno jer je f funkcija, pa svaki pravac paralelan s osi ordinata siječe graf funkcije f u najviše jednoj točki.

Pravac $x=-3$ siječe graf funkcije f u točki koja pripada trećem kvadrantu. Ordinata te točke je strogo negativan realan broj, pa je $f(-3)<0.$

Pravac $x=-2$ siječe graf funkcije f u točki koja pripada trećem kvadrantu. Ordinata te točke je strogo negativan realan broj, pa je $f(-2)<0.$

Pravac $x=2$ siječe graf funkcije f u točki $T=(2,1)$ koja pripada prvom kvadrantu. Ordinata te točke je 1 i ona je strogo pozitivan realan broj, pa je $f(2)=1>0.$

Pravac $x=3$ siječe graf funkcije f u točki koja pripada četvrtom kvadrantu. Ordinata te točke je strogo negativan realan broj, pa je $f(3)<0.$

13. B. Koristimo jednakosti $0.1=10^{-1}$ i $100=10^2$, pa redom imamo:

$$\begin{aligned}
&10\cdot\left(10^{-1}\right)^x=\left(10^2\right)^2,\\
&10^1\cdot 10^{(-1)\cdot x}=10^{2\cdot 2},\\
&10^1\cdot 10^{-x}=10^4,\\
&10^{1-x}=10^4,\\
&1-x=4,\\
&1-4=x,\\
&-3=x \Leftrightarrow x=-3.
\end{aligned}$$

14. D. Razlika kvadrata brojeva n i k je n^2-k^2. Kvadrat zbroja brojeva n i k je $(n+k)^2$. Umnožak tih dvaju brojeva je $\left(n^2-k^2\right)\cdot(n+k)^2$.

15. B. Iz pretpostavke da je svaki učenik odabrao točno jednu radionicu slijedi da je radionicu šaha odabralo ukupno $100\%-(25\%+15\%+45\%)=100\%-85\%=15\%$ svih učenika. Označimo li s u ukupan broj svih učenika, onda iz podataka u zadatku zaključujemo da mora vrijediti jednakost:

$$\frac{15}{100}\cdot u=9.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\frac{15}{100}\cdot u=9, \quad /\cdot\frac{100}{15}$$
$$u=\frac{100\cdot 9}{15}=\frac{100\cdot 3}{5}=20\cdot 3=60.$$

Dakle, ukupan broj svih učenika jednak je 60, pa je traženi broj učenika jednak $\frac{25}{100}\cdot 60=\frac{1}{4}\cdot 60=15.$

16. C. Neka je n ukupan broj ispečenih peciva. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da su peciva označena brojevima 1, 2, ..., n. Za svaki $i=1,...,n$ označimo s m_i masu peciva označenoga brojem i. Iz zadanih podataka zaključujemo da vrijede jednakosti:

$$\begin{cases} \dfrac{m_1+...+m_n}{n}=70.1, \\ \dfrac{m_1+...+m_{\frac{n}{3}}}{\frac{n}{3}}=69.3. \end{cases}$$

Prva od tih dviju jednakosti predstavlja izračun prosječne mase svih n peciva, a druga izračun prosječne mase trećine peciva. (Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da su peciva koja tvore tu trećinu označena brojevima 1, 2, ..., $\frac{n}{3}$.) Tražimo prosječnu masu preostale dvije trećine ispečenih peciva. Ona su označena brojevima $\frac{n}{3}+1,...,n.$ Ima ih ukupno $\frac{2}{3}\cdot n,$ pa se njihova prosječna masa određuje iz izraza:

$$s_1 = \frac{m_{\frac{n}{3}+1} + \ldots + m_n}{\frac{2}{3} \cdot n}.$$

Iz dviju zadanih jednakosti redom slijedi:

$$\begin{cases} m_1 + \ldots + m_n = 70.1 \cdot n, \\ m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}} = 69.3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot n\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 + \ldots + m_n = 70.1 \cdot n, \\ m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}} = \left(69.3 \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 + \ldots + m_n = 70.1 \cdot n, \\ m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}} = 23.1 \cdot n \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \left(m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}}\right) + \left(m_{\frac{n}{3}+1} + \ldots + m_n\right) = 70.1 \cdot n, \\ m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}} = 23.1 \cdot n. \end{cases}$$

Oduzimanjem druge jednakosti od prve dobivamo:

$$\left(m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}}\right) + \left(m_{\frac{n}{3}+1} + \ldots + m_n\right) - \left(m_1 + \ldots + m_{\frac{n}{3}}\right) = 70.1 \cdot n - 23.1 \cdot n,$$

$$m_{\frac{n}{3}+1} + \ldots + m_n = 47 \cdot n.$$

Tako slijedi da je tražena prosječna masa preostale dvije trećine peciva jednaka:

$$s_1 = \frac{m_{\frac{n}{3}+1} + \ldots + m_n}{\frac{2}{3} \cdot n} = \frac{47 \cdot n}{\frac{2}{3} \cdot n} = \frac{47 \cdot 3}{2} = 70.5 \text{ g}.$$

17. $\frac{0}{11}, \frac{7}{5}, 2.3$. Primijetimo da vrijede jednakosti $\frac{0}{11} = 0$ i $\frac{7}{5} = 1.4$. Dakle, treba poredati brojeve 1.4, 2.3 i 0 od najmanjega do najvećega. Taj je poredak očito 0, 1.4, 2.3.

18. 75. Odmah imamo:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 75\%.$$

19. 1.) $-\frac{1}{4} = -0.25$. Primijetimo da je $\sqrt{2} > 1$, pa je $1 - \sqrt{2} < 0$, odnosno $\left|1 - \sqrt{2}\right| = -\left(1 - \sqrt{2}\right) = -1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$. Tako imamo:

$$\frac{3 - \left(\sqrt{2} - 1\right) - 2^2}{2 \cdot \sqrt{8}} = \frac{3 - \sqrt{2} + 1 - 4}{2 \cdot \sqrt{4 \cdot 2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2}} = \frac{-1}{2 \cdot 2} = \frac{-1}{4} = -0.25.$$

2.) ≈ 4.11246. Imamo redom:

$$8^{1-2\cdot p} = 8^{1-2\cdot 0.16} = 8^{1-0.32} = 8^{0.68} \approx 4.1124553066 \approx 4.1125.$$

20. 1.) **1; 0.46**. Odredimo najprije nepoznati volumen maloga spremnika u galonima. Označimo taj volumen sa x. Iz zadanih podataka možemo postaviti razmjer:

$$x : 23 = 3.79 : 87.17.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$87.17 \cdot x = 23 \cdot 3.79,$$
$$x = \frac{23 \cdot 3.79}{87.17} = \frac{87.17}{87.17} = 1.$$

Odredimo sada nepoznati volumen velikoga spremnika u barelima. Označimo taj volumen sa y. Iz zadanih podataka možemo postaviti razmjer:

$$0.02 : y = 3.79 : 87.17.$$

Riješimo taj razmjer na uobičajen način:

$$3.79 \cdot y = 87.17 \cdot 0.02,$$
$$y = \frac{87.17 \cdot 0.02}{3.79} = 23 \cdot 0.02 = 0.46.$$

2.) **1175.** Dvije godine imaju ukupno 24 mjeseca, pa je traženi iznos jednak $95 + 24 \cdot 45 = \ = 95 + 1080 = 1175$ kn.

21. 1.) $\frac{-3}{2} = -1.5$. Iz zahtjeva da je lijeva strana zadane jednadžbe jednaka 1 zaključujemo da je razlomak na lijevoj strani te jednadžbe definiran i da je jednak 1. Zbog toga jednadžbu smijemo pomnožiti s $x-1$, pa imamo redom:

$$3 \cdot x + 2 = 1 \cdot (x-1),$$
$$3 \cdot x + 2 = x - 1,$$
$$3 \cdot x - x = -1 - 2,$$
$$2 \cdot x = -3,$$
$$x = -\frac{3}{2} = -1.5.$$

2.) $x_1 = 0,\ x_2 = 11$. Rastavimo lijevu stranu zadane jednadžbe na faktore. Dobivamo:

$$x \cdot (x - 11) = 0.$$

Umnožak dvaju (kompleksnih) brojeva jednak je nuli ako i samo ako je barem jedan od tih brojeva jednak nuli. Zbog toga mora vrijediti $x=0$ ili $x-11=0$. Iz prve jednakosti trivijalno slijedi $x=0$, a iz druge je odmah $x=11$. Dakle, sva rješenja zadane jednadžbe su $x_1=0$ i $x_2=11$.

22. 1.) $5\cdot a\cdot(2\cdot a^2-3\cdot a+7)$. Najveći zajednički faktor je $5\cdot a$, pa je:

$$10\cdot a^3-15\cdot a^2+35\cdot a=5\cdot a\cdot(2\cdot a^2-3\cdot a+7).$$

Diskriminanta izraza u okrugloj zagradi je jednaka $D=(-3)^2-2\cdot 2\cdot 7=9-28=-19$, pa, zbog njezine stroge negativnosti, taj izraz ne možemo dalje rastaviti na faktore (tj. prikazati u obliku umnoška polinoma 1. stupnja čiji su koeficijenti realni brojevi).

2.) $\dfrac{3\cdot x-2}{(x-3)(x+4)}=\dfrac{3\cdot x-2}{x^2+x-12}$. Imamo redom:

$$\frac{1}{x-3}+\frac{2}{x+4}=\frac{1\cdot(x+4)+2\cdot(x-3)}{(x-3)(x+4)}=\frac{x+4+2\cdot x-6}{x^2-3\cdot x+4\cdot x-12}=\frac{3\cdot x-2}{x^2+x-12}.$$

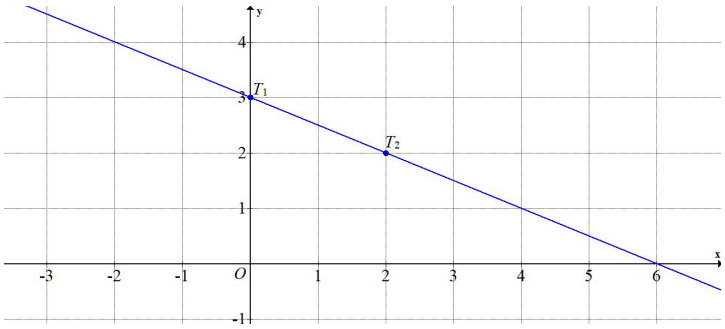
23. 1.) **Vidjeti sliku 1.** Zadana funkcija je polinom 1. stupnja. Graf bilo kojega polinoma 1. stupnja je pravac. Da bismo nacrtali traženi pravac, moramo znati barem dvije njegove različite točke.

Primijetimo da je slobodni član zadanoga polinoma jednak 3. To znači da njegov graf prolazi točkom $T_1=(0,3)$.

Odaberemo li npr. $x=2$, lako izračunamo $f(2)=-\dfrac{1}{2}\cdot 2+3=-1+3=2$, što znači da graf polinoma f prolazi točkom $T_2=(2,2)$.

Zbog toga u zadani pravokutni koordinatni sustav u ravnini ucrtamo točke $(0,3)$ i $(2,2)$, pa ih spojimo pravcem. Dobivamo sliku 1. na sljedećoj stranici.

2.) $y=3$. Svaki pravac usporedan s osi apscisa ima jednadžbu oblika $y=a$, gdje je $a\in\mathbb{R}$ konstanta. Da bismo odredili njegovu jednadžbu, dovoljno je znati *drugu* koordinatu barem jedne njegove točke i ta je koordinata jednaka *a*. Zadatak zahtijeva da traženi pravac prolazi točkom (2, 3). Odatle zaključujemo da je $a=3$. Dakle, jednadžba traženoga pravca je $y=3$.



Slika 1.

24. 1.) $\frac{7}{2}=3.5.$ Imamo redom:

$$f(0.4)=\frac{1+0.4}{0.4}=\frac{1.4}{0.4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}=3.5.$$

2.) $x\in\{-2,2\}.$ Iz druge jednadžbe sustava je $x\cdot y=1.$ Uvrstimo tu jednakost u prvu jednadžbu sustava, pa iz dobivene jednakosti izrazimo nepoznanicu y:

$$x-4\cdot y+3\cdot 1=3\Leftrightarrow x-4\cdot y+3=3\Leftrightarrow x-4\cdot y=3-3\Leftrightarrow x-4\cdot y=0\Leftrightarrow 4\cdot y=x\Leftrightarrow y=\frac{1}{4}\cdot x.$$

Uvrštavanjem dobivene jednakosti u jednakost $x\cdot y=1$ dobivamo:

$$x\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot x\right)=1\Leftrightarrow\frac{1}{4}\cdot x^2=1\Leftrightarrow x^2=4.$$

Ova kvadratna jednadžba ima točno dva realna rješenja: $x_1=-2$ i $x_2=2.$

25. 1.) $a\in\left\langle-\frac{9}{8},+\infty\right\rangle\setminus\{0\}.$ Iz zahtjeva da graf funkcije f siječe os apscisa u točno dvjema točkama zaključujemo da jednadžba $f(x)=0$ ima točno dva različita rješenja. Funkcija f je kvadratna funkcija, pa će jednadžba $f(x)=0$ imati točno dva različita rješenja ako i samo ako istovremeno vrijede nejednakosti $a\neq 0$ i $D>0.$ Odredimo diskriminantu funkcije f:

$$D=3^2-4\cdot a\cdot(-2)=9+8\cdot a.$$

Iz zahtjeva $D>0$ slijedi:

$$\begin{aligned}&9+8\cdot a>0,\\&8\cdot a>-9,\quad /:8\\&a>-\frac{9}{8}.\end{aligned}$$

Zbog zahtjeva $a \neq 0$, rješenje zadatka su svi realni brojevi strogo veći od $-\frac{9}{8}$ i različiti od nule. Oni tvore skup $S = \left\langle -\frac{9}{8}, +\infty \right\rangle \setminus \{0\}$.

2.) $\approx$**111.91**. Treba riješiti jednadžbu $z(v) = 85$. Budući da je v brzina vozila, ona ne može biti negativna. Zbog toga tražimo isključivo nenegativno rješenje te jednadžbe. Imamo redom:

$$0.005 \cdot v^2 + 0.2 \cdot v = 85,$$
$$0.005 \cdot v^2 + 0.2 \cdot v - 85 = 0,$$
$$v = \frac{-0.2 + \sqrt{0.2^2 - 4 \cdot 0.005 \cdot (-85)}}{2 \cdot 0.005} = \frac{-0.2 + \sqrt{0.04 + 1.7}}{0.01} = \frac{-0.2 + \sqrt{1.74}}{0.01} \approx$$
$$\approx \frac{-0.2 + 1.319091}{0.01} = \frac{1.119091}{0.01} = 111.9091 \approx 111.91 \text{ km/h}.$$

26. 1.) 3. Neka su x i y redom broj zadataka s 5 bodova, odnosno broj zadataka s 9 bodova. Tražimo vrijednost nepoznanice y. Ukupan broj zadataka jednak je 10, pa mora vrijediti jednakost:

$$x + y = 10.$$

Ukupan broj bodova koje donose zadaci s 5 bodova jednak je $x \cdot 5$, tj. $5 \cdot x$. Ukupan broj bodova koje donose zadaci s 9 bodova jednak je $y \cdot 9$, tj. $9 \cdot y$. Zbog toga je ukupan broj bodova koje donose svi zadaci jednak $5 \cdot x + 9 \cdot y$. Prema podacima u zadatku, ta vrijednost treba biti jednaka 62, pa mora vrijediti jednakost:

$$5 \cdot x + 9 \cdot y = 62.$$

Tako smo dobili sljedeći sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} x + y = 10, \\ 5 \cdot x + 9 \cdot y = 62. \end{cases}$$

Iz toga sustava trebamo odrediti vrijednost nepoznanice y. Pomnožimo prvu jednadžbu s (-5) i pribrojimo tako dobivenu jednadžbu drugoj jednadžbi. Imamo redom:

$$\begin{cases} (-5) \cdot x + (-5) \cdot y = (-5) \cdot 10, \\ 5 \cdot x + 9 \cdot y = 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-5) \cdot x - 5 \cdot y = -50, \\ 5 \cdot x + 9 \cdot y = 62 \end{cases} \Rightarrow (-5) \cdot y + 9 \cdot y = -50 + 62 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4 \cdot y = 12 \Leftrightarrow y = 3.$$

Dakle, u ispitu su točno tri zadatka koja se boduju s 9 bodova.

2.) 316. Neparni jednoznamenkasti prirodni brojevi, osim 1, su 3, 5, 7 i 9. Njihov najmanji zajednički višekratnik je $5 \cdot 7 \cdot 9 = 315$. Traženi broj je za 1 veći od 315, tj. $315 + 1 = 316$.

27. 1.) 28. Osjenčani lik je omeđen jednom stranicom duljine 3 cm, deset stranica duljine 2 cm i pet stranica duljine 1 cm. Zbog toga je njegov opseg jednak:

$$O = 1 \cdot 3 + 10 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 3 + 20 + 5 = 28 \text{ cm}.$$

2.) ≈ 18.356. Visina kuće od podnožja do vrha krova jednaka je zbroju udaljenosti podnožja od dna krova i visine krova. Udaljenost podnožja od dna krova iznosi 8 m. Visina krova jednaka je visini povučenoj na osnovicu jednakokračnoga trokuta kojemu duljina osnovice iznosi 10 m, a duljina kraka 11.5 m. Prema Pitagorinu teoremu, ta je visina jednaka:

$$v_a = \sqrt{11.5^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{132.25 - 5^2} = \sqrt{132.25 - 25} = \sqrt{107.25} \approx 10.35616.$$

Dakle, tražena visina jednaka je (približno) $8 + 10.35616 = 18.35616 \approx 18.356$ m.

3.) $432 \cdot \sqrt{3} \approx 748.246 \text{ cm}^3$. Iz podatka da je pobočka prizme kvadrat zaključujemo da je duljina osnovice te prizme jednaka duljini visine prizme. Dakle, duljina osnovice prizme (a) i duljina visine prizme (h) iznose 12 cm. Osnovka prizme je jednakostraničan trokut, pa je traženi obujam prizme jednak umnošku površine jednakostraničnoga trokuta kojemu je duljina osnovice 12 cm i visine prizme:

$$V = B \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12^2 \cdot 12 = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 144 = 432 \cdot \sqrt{3} \approx 748.246 \text{ cm}^3.$$

28. 1.) 9:30 sati. Primijetimo najprije da je mjerna jedinica na osi apscisa 0.5 sati, odnosno 30 minuta, dok je mjerna jedinica na osi ordinata 2.5 km. Povucimo točkom (12, 12.5) pravac usporedan s osi apscisa. On će presjeći zadani graf u dvjema točkama: (9.5, 12.5) i (12, 12.5). Dakle, traženo vrijeme je 9.5 sati, odnosno 9 sati i 30 minuta.

2.) 10.625. Od 9:00 do 10:00 sati Ivan je prešao $22.5 - 2.5 = 20$ km. Od 10:00 do 11:00 sati se odmarao, pa je prevaljena udaljenost jednaka nuli. Od 11:00 do 12:00 sati Ivan je prešao $12.5 - 2.5 = 10$ km. Napokon, od 12:00 do 14:00 sati Ivan je prešao 12.5 km. Dakle, njegov ukupan prijeđeni put iznosi $20 + 10 + 12.5 = 42.5$ km.

Zanemarimo li vrijeme odmaranja, vrijeme koje je Ivan proveo u vožnji iznosi $1+1+2=4$ sata. Zbog toga je Ivanova prosječna brzina jednaka:

$$v=\frac{s}{t}=\frac{42.5}{4}=10.625 \text{ km/h},$$

odakle zaključujemo da je Ivan u jednom satu prešao prosječno 10.625 km.

3.) $\frac{25}{12}=2.08\dot{3}$. U podzadatku **2.)** utvrdili smo da je od 12:00 do 14:00 sati Ivan prešao ukupno 12.5 km. Njegova prosječna brzina u ta dva sata jednaka je:

$$v_1=\frac{s_1}{t_1}=\frac{12.5}{2}=\frac{25}{4} \text{ km/h}.$$

Ako bi Ivan želio stići kući u 13:30 sati, onda bi morao prevaliti 12.5 km u 1.5 sati. Tada bi njegova prosječna brzina bila jednaka:

$$v_2=\frac{s_1}{t_2}=\frac{12.5}{1.5}=\frac{125}{15}=\frac{25}{3} \text{ km/h}.$$

Dakle, traženo povećanje brzine je jednako:

$$\Delta v=v_2-v_1=\frac{25}{3}-\frac{25}{4}=\frac{25\cdot(4-3)}{12}=\frac{25}{12} \text{ km/h}.$$

Pripremio:

mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač