TVZ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES ZAGREB	Matematika na državnoj maturi	rješenja zadataka iz lipnja 2022. (osnovna razina)

1. **D**. Broj 71 pripada skupu svih prirodnih brojeva koji nisu potpuni kvadrati nekoga cijeloga broja. Zbog toga je $\sqrt{71}$ iracionalan, pa samim tim i realan broj (jer je skup iracionalnih brojeva pravi podskup skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$).

   Broj 18 je prirodan broj, pa samim tim i racionalan broj (jer je skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$ pravi podskup skupa racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$).

   Broj 35 je prirodan broj, pa samim tim i cijeli broj (jer je skup prirodnih brojeva $\mathbb{N}$ pravi podskup skupa cijelih brojeva $\mathbb{Z}$).

   Broj 47.32 jednak je racionalnom broju $\frac{4732}{100}$, pa taj broj ne može biti iracionalan broj. (Presjek skupa racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ i skupa iracionalnih brojeva je prazan skup.) Zbog toga je tvrdnja **D** netočna.

2. **B.** Imamo redom:

$$44\cdot\frac{\sin 32^\circ}{\sin 57^\circ}\approx 44\cdot\frac{0.5299192642}{0.8386705679}\approx 27.801676\approx 27.8017.$$

3. **A**. Množenjem promjera čestice virusa s 1000 dobivamo da je traženi promjer ljudske dlake jednak:

$$d=0.12\cdot 10^{-6}\cdot 1000=1.2\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-6}\cdot 10^{3}=1.2\cdot 10^{-1-6+3}=1.2\cdot 10^{-4}\ \text{m}.$$

4. **D**. Zapišimo: $16=4^2$, $64=4^3$. Tako dobivamo:

$$\frac{4\cdot\left(4^3\right)^{100}}{\left(4^2\right)^{-1}}=4^{1+3\cdot 100-2\cdot(-1)}=4^{1+300+2}=4^{303}.$$

5. **C**. Znamo da vrijedi jednakost $a_3=a_1\cdot q^2$. Odatle je $a_1=\frac{a_3}{q^2}$, odnosno, u našem slučaju,

$$a_1=\frac{40}{(-2)^2}=\frac{40}{4}=10.$$

6. **B**. U 2008. godini u inozemstvo se odselilo između 5000 i 10 000 ljudi, a iz inozemstva se doselilo između 10 000 i 15 000 ljudi. Dakle, u toj je godini više ljudi doselilo iz inozemstva nego što se odselilo u inozemstvo.

   U 2009. godini broj ljudi odseljenih u inozemstvo bio je jednak broju ljudi doseljenih

iz inozemstva jer se plava i crna krivulja sijeku u točki čija je prva koordinata 2009., a druga koordinata neki prirodan broj između 10 000 i 15 000.

U 2010. godini iz inozemstva se doselilo između 5000 i 10 000 ljudi, a u inozemstvo je odselilo 10 000 ljudi. Dakle, u toj je godini više ljudi odselilo u inozemstvo nego što je doselilo iz inozemstva.

U 2014. godini iz inozemstva se doselilo između 10 000 i 15 000 ljudi, dok je u inozemstvo odselilo između 20 000 i 25 000 ljudi. Dakle, i u toj je godini više ljudi odselilo u inozemstvo nego što je doselilo iz inozemstva.

Prema tome, jedina točna tvrdnja je tvrdnja **B**.

7. **C**. Neka su b jedinična cijena sata branja jabuka i k jedinična cijena sata košnje. Za 3 sata košnje Marko je zaradio $3\cdot k$ kn, dok je za 4 sata branja jabuka zaradio $4\cdot b$ kn. Ukupni zarađeni iznos prvoga dana jednak je $3\cdot k+4\cdot b$. Taj iznos mora biti jednak 180 kn, pa dobivamo jednadžbu:

$$3\cdot k+4\cdot b=180.$$

Za 2 sata košnje Marko je zaradio $2\cdot k$ kn, dok je za 6 sati branja jabuka zaradio $6\cdot b$ kn. Ukupni zarađeni iznos prvoga dana jednak je $2\cdot k+6\cdot b$. Taj iznos mora biti jednak 220 kn, pa dobivamo jednadžbu:

$$2\cdot k+6\cdot b=220.$$

Tako smo dobili sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases}3\cdot k+4\cdot b=180,\\ 2\cdot k+6\cdot b=220\end{cases}\Leftrightarrow$$
$$\begin{cases}3\cdot k+4\cdot b=180,\\ k+3\cdot b=110.\end{cases}$$

Riješimo ovaj sustav metodom suprotnih koeficijenata:

$$\begin{cases}3\cdot k+4\cdot b=180,\\ k+3\cdot b=110 \quad /\cdot(-3)\end{cases}$$
$$\left.\begin{aligned}3\cdot k+4\cdot b&=180,\\ -3\cdot k-9\cdot b&=-330\end{aligned}\right\}+$$
$$-5\cdot b=-150,\ \ /:(-5)$$
$$b=30.$$

Uvrštavanjem te vrijednosti u jednakost $k+3\cdot b=110$ dobivamo:

$$k+3\cdot 30=110,$$
$$k+90=110,$$
$$k=20.$$

Odatle zaključujemo da je $b>k$ i $b-k=30-20=10$ kn. Dakle, branje jabuka u jednom satu je za 10 kuna više plaćeno od košnje trave u istom vremenu.

8. **A.** Neka je K Katjin ušteđeni iznos novca iskazan u kn. Iznos novca koji je Katja dobila od svoje majke jednak je $2\cdot K$ kn. Katja je od oca dobila još 500 kn, pa je ukupan iznos jednak $K+2\cdot K+500=3\cdot K+500$ kn. Taj iznos mora biti strogo veći od iznosa $5\cdot K$, pa dobivamo sljedeću linearnu nejednadžbu s jednom nepoznanicom:

$$3\cdot K+500>5\cdot K.$$

Riješimo tu nejednadžbu na uobičajen način:

$$3\cdot K+500>5\cdot K,$$
$$3\cdot K-5\cdot K>-500,$$
$$(-2)\cdot K>(-500), \quad /:(-2)$$
$$K<250.$$

Dakle, Katja je uštedjela (strogo) manje od 250 kn.

9. **A**. Zadatak je ekvivalentan zadatku: *Zamislio sam jedan jednoznamenkast nenegativan cijeli broj. Kolika je vjerojatnost da ćeš ga pogoditi u prvom pokušaju*? Naime, budući da su sve znamenke lozinke jednake, dovoljno je pogoditi *bilo koju* od njih.

Svi jednoznamenkasti nenegativni cijeli brojevi su 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Ima ih ukupno 10. Dakle, ukupan broj svih mogućih ishoda jednak je 10.

Ukupan broj svih povoljnih ishoda jednak je 1 jer je samo jedna od njih ispravna (zamišljena znamenka, odnosno znamenka u lozinki).

Dakle, tražena vjerojatnost je jednaka $p=\frac{1}{10}=0.1$.

Napomena: U zadatku se pretpostavlja da znamenka lozinke može biti bilo koja znamenka dekadskoga brojevnoga sustava. Zbog toga se u formulaciji ekvivalentnoga zadatka ne govori o prirodnim brojevima, nego o nenegativnim cijelim brojevima.

10. C. Središte *bilo kojemu* trokutu opisane kružnice dobijemo kao sjecište simetrala svih triju stranica trokuta. Udaljenost toga sjecišta od *bilo kojega* vrha trokuta jednaka je duljini polumjera te kružnice.

11. A. Primjenom kosinusova poučka dobijemo:

$$\cos\alpha = \frac{14^2+23^2-16^2}{2\cdot 14\cdot 23} = \frac{196+529-256}{644} = \frac{469}{644} = \frac{67}{92},$$
$$\alpha = \arccos\left(\frac{67}{92}\right) \approx 43.25920598^\circ \approx 43^\circ 15' 33''.$$

12. C. Određenosti radi, neka je $ABCD$ zadani pravokutnik čiji su vrhovi označeni tako da je $|\overline{AB}| = |\overline{CD}| = 9$ cm. Neka je S sjecište dijagonala $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$. Te dijagonale se raspolavljaju (jer je svaki pravokutnik paralelogram), pa je trokut ASD jednakokračan. Mjera kuta pri vrhu S toga trokuta jednaka je 68°, pa je mjera kuta pri vrhu D toga trokuta

$$\delta_1 = \frac{1}{2}\cdot\left(180^\circ - 68^\circ\right) = \frac{1}{2}\cdot 112^\circ = 56^\circ.$$

Uočimo trokut ABD. Taj trokut je pravokutan (s pravim kutom kod vrha A), mjera kuta kod vrha D toga trokuta je $\delta_1 = 56^\circ$, a duljina jedne njegove katete je 9 cm. Tražimo duljinu druge njegove katete. Odmah dobivamo:

$$\operatorname{ctg}\delta_1 = \frac{|\overline{AD}|}{|\overline{AB}|}$$
$$|\overline{AD}| = |\overline{AB}|\cdot\operatorname{ctg}\delta_1 = 9\cdot\operatorname{ctg}56^\circ \approx 6.07057665 \approx 6.07 \text{ cm}.$$

13. C. Neka su a i a_1 redom duljina brida kockice, odnosno duljina brida Rubikove kocke. Volumen kockice jednak je

$$V = a^3,$$

pa iz jednadžbe $a^3 = 6.859$ slijedi $a = \sqrt[3]{6.859} = 1.9$ cm. Tako dalje odmah slijedi:

$$a_1 = 3\cdot a = 3\cdot 1.9 = 5.7 \text{ cm},$$
$$O = 6\cdot a_1^2 = 6\cdot 5.7^2 = 194.94 \text{ cm}^2.$$

14. B. Primjenom formula za kvadrat binoma, odnosno razliku kvadrata dobivamo redom:

$$\frac{(2\cdot y-1)^2+8\cdot y}{4\cdot y^2-1}=\frac{4\cdot y^2-4\cdot y+1+8\cdot y}{(2\cdot y-1)\cdot(2\cdot y+1)}=\frac{4\cdot y^2+4\cdot y+1}{(2\cdot y-1)\cdot(2\cdot y+1)}=$$
$$=\frac{(2\cdot y+1)^2}{(2\cdot y-1)\cdot(2\cdot y+1)}=\frac{2\cdot y+1}{2\cdot y-1}.$$

Ovaj je razlomak očito potpuno skraćen i njegov je brojnik $2\cdot y+1$.

15. D. Koristeći formulu za jednadžbu pravca kroz dvije zadane točke odmah imamo:

$$y=\frac{-3-1}{0-1}\cdot(x-1)+1,$$
$$y=\frac{-4}{-1}\cdot(x-1)+1,$$
$$y=4\cdot(x-1)+1,$$
$$y=4\cdot x-4+1,$$
$$y=4\cdot x-3.$$

16. B. Iz podatka $\vec{b}=(-3)\cdot\vec{a}$ zaključujemo da vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ imaju isti smjer i međusobno suprotne orijentacije. Zbog toga ih zbrajamo kao što uobičajeno zbrajamo vektore koji imaju isti pravac nositelj. Tako odmah dobivamo:

$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}+(-3)\cdot\vec{a}\right|=\left|(-2)\cdot\vec{a}\right|=2\cdot\left|\vec{a}\right|=2\cdot 5=10.$$

Napomena: Zadatak je i pogrešno formuliran jer iz pogodbenoga dijela rečenice slijedi da je $\vec{b}=(-3)\cdot\vec{a}=5$, što je besmisleno (vektor ne može biti jednak skalaru).

Ispravna formulacija zadatka je npr.: „Ako je $\vec{b}=(-3)\cdot\vec{a}$ i ako je duljina $\vec{a}$ jednaka 5, odredite duljinu vektora $\vec{a}+\vec{b}$.“

17. C. Koeficijent smjera *a bilo kojega* polinoma 1. stupnja interpretira se kao *promjena vrijednosti polinoma ako se vrijednost nezavisne varijable poveća za* 1. Ako je $a>0$, onda se radi o povećanju vrijednosti polinoma za *a*. Ako je $a<0$, onda se radi o smanjenju vrijednosti polinoma za $|a|$.

U ovome je zadatku $a=-4<0$, pa zaključujemo: *Ako se vrijednost varijable t poveća za* 1, *vrijednost varijable h će se smanjiti za* $|-4|=4$. To konkretno znači: *Ako se temperatura mlijeka poveća za* $1^\circ\mathrm{C}$, *onda će se mlijeko ukiseliti* 4 *sata ranije.*

18. C. Primijetimo da je vodeći koeficijent polinoma f, tj. koeficijent uz x^2 strogo pozitivan i jednak 1. To znači da polinom f ima globalni minimum i njegova je vrijednost jednaka

$$f_{\min} = \frac{4\cdot 1\cdot k-(-2)^2}{4\cdot 1} = \frac{4\cdot k-4}{4} = \frac{4\cdot k}{4} - \frac{4}{4} = k-1.$$

Ta vrijednost treba biti jednaka 5, pa iz jednadžbe

$$k-1=5$$

slijedi $k=6$.

19. B. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&8\cdot 100^{x+2} = 0.008,\\
&8\cdot\left(10^2\right)^{x+2} = 8\cdot 10^{-3}, \quad /:8\\
&10^{2\cdot(x+2)} = 10^{-3},\\
&2\cdot(x+2) = -3, \quad /:2\\
&x+2 = \frac{-3}{2},\\
&x = \frac{-3}{2} - 2 = \frac{-7}{2}.
\end{aligned}$$

Budući da vrijedi nejednakost $-\infty < \frac{-7}{2} < -3,$ dobiveno rješenje pripada intervalu $\langle -\infty, -3\rangle$.

20. B. Pojednostavnimo zadani izraz što je više moguće. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&(n+1)\cdot(n-2) - n^2 - 2\cdot n - 1 =\\
&= n^2 + n - 2\cdot n - 2 - n^2 - 2\cdot n - 1 =\\
&= -3\cdot n - 3 =\\
&= 3\cdot(-n-1).
\end{aligned}$$

Prema pretpostavci, broj n je prirodan broj, pa je broj $-n-1$ strogo negativan cijeli broj. To znači da je vrijednost zadanoga izraza jednaka umnošku broja 3 i strogo negativnoga cijeloga broja, odnosno da je ta vrijednost strogo negativan cijeli broj djeljiv s 3. Ona ne može biti ni jednaka nuli, ni pozitivan broj, a njezina parnost ovisi o parnosti faktora $-n-1$. (Ako je n paran, vrijednost zadanoga izraza je neparan broj. Ako je n neparan, onda je ta vrijednost paran broj.)

21. 1.) $>$; $>$. Vrijede nejednakosti:

$$\sqrt{2} \approx 1.414 > 1.41,$$
$$\frac{23}{100} = 0.23 > 0.22.$$

2.) **521.** Imamo redom:

$$\left[25 - 3.11 \cdot \left(7 - \frac{13}{2}\right)\right] : \frac{9}{200} =$$
$$= \left[25 - 3.11 \cdot (7 - 6.5)\right] \cdot \frac{200}{9} =$$
$$= \left[25 - 3.11 \cdot 0.5\right] \cdot \frac{200}{9} =$$
$$= \left[25 - 1.555\right] \cdot \frac{200}{9} =$$
$$= 23.445 \cdot \frac{200}{9} =$$
$$= \frac{4689}{9} = 521.$$

22. 1.) $c = \frac{a + b \cdot d}{b}$ **ili** $c = \frac{b \cdot d + a}{b}$ **ili** $c = \frac{a}{b} + d$ **ili** $c = d + \frac{a}{b}$. Odmah imamo:

$$a = b \cdot (c - d), \quad / : b$$
$$\frac{a}{b} = c - d,$$
$$c = \frac{a}{b} + d.$$

Zbog komutativnosti zbrajanja realnih brojeva, u gornjem izrazu možemo zamijeniti poredak pribrojnika na desnoj strani. Također, te pribrojnike možemo svesti i na najmanji zajednički nazivnik. Dakle, zadatak ima četiri moguća rješenja.

Napomena: **Zadatak ima gornje rješenje uz pretpostavku** $b \neq 0$. **Ako je** $b = 0$, **zadatak nema rješenja, tj. nije moguće izraziti** c **iz zadane jednakosti.**

2.) **≈ 0.061.** Znamo da 1 pud odgovara masi od 40 funti, odnosno masi od $40 \cdot 0.4095 = 16.38$ kg. Zbog toga 1 kg odgovara masi od

$$\frac{1}{16.38} = \frac{100}{1638} = \frac{50}{819} \approx 0.061050061 \approx 0.0611 \text{ puda.}$$

23. 1.) x^{-1} **ili** $\frac{1}{x}$. Koristeći pravila za računanje s potencijama imamo redom:

$$\frac{\left(x^{-2}\cdot y\right)^{-1}}{x^3\cdot y^{-1}}=\frac{\left(x^{-2}\right)^{-1}\cdot y^{-1}}{x^3\cdot y^{-1}}=\frac{x^{(-2)\cdot(-1)}}{x^3}=x^{2-3}=x^{-1}=\frac{1}{x}.$$

2.) $b^{\frac{15}{4}}$. Koristeći pravila za potenciranje potencije s istom bazom imamo redom:

$$\sqrt{b^7\cdot\sqrt{b}}=\left(b^7\cdot b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=b^{\left(7+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}}=b^{\frac{15}{2}\cdot\frac{1}{2}}=b^{\frac{15}{4}}.$$

24. 1.) **1 : 1.** Masa bijeloga brašna u promatranoj smjesi jednaka je $276-138=138$ kg. Dakle, u promatranoj su smjesi mase bijeloga i integralnoga brašna međusobno jednake, pa je traženi omjer jednak 1 : 1.

2.) **≈ 33.14 kn.** Neka je l tražena cijena iskazana u kn. Tada je cijena litre soka od naranče jednaka $l+5$ kn. Nadalje, u jednoj litri cijeđenoga voćnoga soka ima $\frac{4}{4+3}=\frac{4}{7}$ litara soka od naranče i njegova je cijena $\frac{4}{7}\cdot(l+5)$ kn. U istoj litri cijeđenoga voćnoga soka ima $\frac{3}{4+3}=\frac{3}{7}$ litara soka od limuna i njegova je cijena $\frac{3}{7}\cdot l$. Zbroj tih dvaju cijena jednak je

$$\frac{4}{7}\cdot(l+5)+\frac{3}{7}\cdot l=\frac{4}{7}\cdot l+\frac{20}{7}+\frac{3}{7}\cdot l=\frac{7}{7}\cdot l+\frac{20}{7}=l+\frac{20}{7}\text{ kn.}$$

Ta vrijednost mora biti jednaka 36 kn, pa iz jednadžbe

$$l+\frac{20}{7}=36$$

slijedi $l=36-\frac{20}{7}=\frac{232}{7}\approx 33.14$ kn.

25. 1.) **0.88.** Najviša temperatura iznosi 14.47°C (i odgovara razdoblju od 2001. do 2010. godine), a najniža 13.59°C (i odgovara razdoblju od 1901. do 1910. godine). Razlika tih dviju vrijednosti jednaka je

$$14.47°\text{C} - 13.59°\text{C} = 0.88°\text{C}.$$

2.) $14.28\dot{3}\approx 14.28$. Vrijednosti temperature više od 14°C su redom: 14.12°C (odgo-

vara razdoblju od 1981. do 1990.), 14.26°C (odgovara razdoblju od 1991. do 2000.) i već spomenuta temperatura 14.47°C. Tražena prosječna vrijednost jednaka je aritmetičkoj sredini ovih triju brojeva i iznosi

$$\overline{T} = \frac{14.12 + 14.26 + 14.47}{3} = \frac{42.85}{3} = 14.28\dot{3}\ ^{\circ}\mathrm{C} \approx 14.28^{\circ}\mathrm{C}.$$

26. 1.) Bilo koji realan broj iz intervala $\left[\frac{7}{2}, 4\right\rangle$. Najprije uočimo da prvi interval tvore svi realni brojevi između 3 i 4 (isključujući 3 i 4), a drugi svi realni brojevi između $\frac{7}{2}$ i 5 (uključujući $\frac{7}{2}$, a isključujući 5). Svi realni brojevi zajednički obama intervalima su oni koji su između $\frac{7}{2}$ i 4 (uključujući $\frac{7}{2}$, a isključujući 4). Dakle, rješenje zadatka je bilo koji realan broj iz intervala $\left[\frac{7}{2}, 4\right\rangle$. Neki primjeri takvih brojeva su 3.5, 3.6, 3.7, 3.8., 3.9 i dr.

2.) $\left\langle \frac{-1}{2}, 1 \right\rangle$. Primijetimo da je lijeva strana nejednadžbe polinom 2. stupnja čiji je vodeći koeficijent (tj. koeficijent uz x^2) strogo negativan cijeli broj (–2). Taj će polinom poprimiti strogo pozitivne vrijednosti na otvorenom intervalu čije su granice nultočke polinoma (ako postoje). Te nultočke odredimo tako da pravilo polinoma izjednačimo s nulom. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&-2 \cdot x^2 + x + 1 = 0, \\
&x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - (-8)}}{-4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{-4} = \\
&\quad = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-4} = \frac{-1 \pm 3}{-4} \Rightarrow \\
&x_1 = \frac{-1+3}{-4} = \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2},\ x_2 = \frac{-1-3}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1.
\end{aligned}$$

Očito je $x_1 < x_2$, pa je rješenje zadatka interval $\left\langle \frac{-1}{2}, 1 \right\rangle$.

27. 1.) $\sqrt{5} \cdot x$ **ili** $x \cdot \sqrt{5}$. Primjenom Pitagorina poučka dobivamo:

$$c = \sqrt{x^2 + (2 \cdot x)^2} = \sqrt{x^2 + 4 \cdot x^2} = \sqrt{5 \cdot x^2} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{x^2} = \sqrt{5} \cdot x.$$

2.) $21.02807417 \approx 21.028$. Znamo da se najkraća stranica trokuta nalazi nasuprot

kuta najmanje mjere, kao i da se najdulja stranica trokuta nalazi nasuprot kuta najveće mjere. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da su a najkraća stranica trokuta, α mjera kuta nasuprot toj stranici, c najdulja stranica trokuta i γ mjera kuta nasuprot toj stranici. Zbog toga odredimo mjere kutova α i γ.

U tu svrhu podijelimo mjeru od 180° u omjeru 2 : 5 : 8. Imamo redom:

$$k = \frac{180^\circ}{2+5+8} = \frac{180^\circ}{15} = 12^\circ,$$
$$\alpha = 2 \cdot 12^\circ = 24^\circ,$$
$$\gamma = 8 \cdot 12^\circ = 96^\circ.$$

Preostaje primijeniti sinusov poučak:

$$c = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} \cdot a = \frac{\sin 96^\circ}{\sin 24^\circ} \cdot 8.6 \approx \frac{0.9945219}{0.40673664} \cdot 8.6 \approx 21.02807417 \approx 21.028 \text{ cm}.$$

28. 1.) Bilo koji pravac čija jednadžba ima oblik $y = \frac{-3}{2} \cdot x + l$ **ili** $3 \cdot x + 2 \cdot y + l = 0$ **ili** $\frac{x}{2 \cdot l} + \frac{y}{3 \cdot l} = 1$. Zapišimo najprije zadani pravac u segmentnom obliku. Podijelimo obje strane njegove jednadžbe sa 6, pa dobivamo:

$$\frac{\frac{x}{2}}{6} + \frac{\frac{y}{3}}{6} = 1,$$
$$\frac{x}{12} + \frac{y}{18} = 1.$$

Omjer odsječaka koje taj pravac odsijeca na koordinatnim osima jednak je $12:18$, odnosno (nakon kraćenja sa 6) $2:3$. Prema Talesovu poučku o sličnosti trokutova, **isti** omjer odsječaka ima i proizvoljan pravac usporedan sa zadanim pravcem. Dakle, duljina odsječka na osi apscisa toga pravca iznosi $2 \cdot k$, a duljina odsječka na osi ordinata $3 \cdot k$, pri čemu je $k > 0$. Zbog toga jednadžba toga pravca u segmentnom obliku glasi:

$$\frac{x}{2 \cdot k} + \frac{y}{3 \cdot k} = 1.$$

Ovu jednadžbu možemo zapisati u implicitnom, odnosno eksplicitnom obliku:

$$\frac{x}{2\cdot k}+\frac{y}{3\cdot k}=1 \quad /6\cdot k$$
$$3\cdot x+2\cdot y=6\cdot k,$$
$$2\cdot y=(-3)\cdot x+6\cdot k, \quad /:2$$
$$y=\frac{-3}{2}\cdot x+3\cdot k.$$

Budući da su funkcije $f_1(k)=3\cdot k$ i $f_2(k)=6\cdot k$ bijekcije sa skupa $\mathbb{R}$ na samoga sebe, možemo uvesti dodatne oznake $k_1:=3\cdot k$ i $k_2=6\cdot k$, pri čemu su $k_1,k_2\in\mathbb{R}$. Tako dobivamo malo jednostavnije zapise:

$$3\cdot x+2\cdot y+k_1=0,$$
$$y=\frac{-3}{2}\cdot x+k_2.$$

Rješenje zadatka je npr. pravac $y=\frac{-3}{2}\cdot x.$

Napomena: Svaki pravac je, prema definiciji, usporedan sam sa sobom. Zbog toga praktički nije bilo nužno rješavati ovako postavljeni zadatak jer se kao ispravno rješenje zadatka može napisati i zadani pravac.

2.) –4. Zadani vektori su suprotni ako i samo ako postoji $\alpha<0$ takav da je $\vec{b}=\alpha\cdot\vec{c}$. Uvrštavanjem podataka dobivamo:

$$4\cdot\vec{i}-6\cdot\vec{j}=\alpha\cdot\left(k\cdot\vec{i}+6\cdot\vec{j}\right),$$
$$4\cdot\vec{i}-6\cdot\vec{j}=\alpha\cdot k\cdot\vec{i}+6\cdot\alpha\cdot\vec{j},$$
$$\begin{cases}\alpha\cdot k=4,\\ 6\cdot\alpha=-6.\end{cases}$$

Iz druge jednadžbe dijeljenjem s 6 slijedi $\alpha=-1$. Uvrštavanjem te vrijednosti u prvu jednadžbu dobivamo $(-1)\cdot k=4$, odnosno $k=-4$.

29. 1.) $(-2)\cdot x+1$. Iz podatka da točka (0,1) pripada grafu funkcije f zaključujemo da je $k\cdot 0+l=1$, odnosno $l=1$.

Iz podatka da točka (2,–3) pripada grafu funkcije f zaključujemo da je $2\cdot k+l=-3$. U ovu jednakost uvrstimo $l=1$, pa dobijemo jednadžbu $2\cdot k+1=-3$ iz koje je $2\cdot k=-4$, odnosno $k=-2$.

Dakle, $f(x)=(-2)\cdot x+1$.

Napomena: **Isti rezultat dobije se i ako se umjesto točke (2,–3) uzme preostala, treća točka iz tablice, tj. (–2, 5).**

2.) $D(f)=\left[7,+\infty\right\rangle$. Primijetimo da vrijedi nejednakost $x^2+5>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Zbog nje će zadana funkcija biti definirana ako i samo ako je $x-7\geq 0$ (jer će u tom slučaju vrijednost razlomka pod drugim korijenom biti nenegativna). Iz ove nejednadžbe dobivamo $x\geq 7$. Dakle, tražena prirodna domena je interval $\left[7,+\infty\right\rangle$.

30. 1.) 4. Označimo $a:=10^{55}$. Tada imamo redom:

$$\frac{(a+1)^2-(a-1)^2}{a}=\frac{(a+1-(a-1))\cdot(a+1+(a-1))}{a}=$$
$$=\frac{(a+1-a+1)\cdot(a+1+a-1)}{a}=\frac{2\cdot 2\cdot a}{a}=2\cdot 2=4.$$

2.) $\frac{15}{2}=7.5$. Trokutovi sa slike su slični, pa stavljanjem odgovarajućih duljina stranica u razmjer dobivamo:

$$x:3=5:2,$$
$$2\cdot x=15,$$
$$x=\frac{15}{2}=7.5.$$

Pripremio:

mr. sc. Bojan Kovačić, viši predavač