



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

I. ZADATCI VIŠESTRUKOGA IZBORA

1. **B.** Broj -3 je cijeli broj, tj. pripada skupu cijelih brojeva \mathbf{Z} . Skup cijelih brojeva \mathbf{Z} je pravi podskup skupa racionalnih brojeva \mathbf{Q} , pa je -3 i racionalan broj.

$\frac{19}{4}$ je očito broj oblika $\frac{m}{n}$, pri čemu je m cijeli broj, a n prirodan broj. Svi takvi brojevi pripadaju

skupu \mathbf{Q} prema definiciji toga skupa. (Podsjetimo, $\mathbf{Q} := \{\frac{m}{n} : m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{N}\}.$) Dakle, i $\frac{19}{4}$ je racionalan broj.

Broj 13.5 možemo zapisati u obliku $\frac{135}{10} = \frac{135:5}{10:5} = \frac{27}{2}$. Analogno kao i za broj $\frac{19}{4}$ zaključujemo da je i broj $13.5 = \frac{27}{2}$ racionalan.

Broj $\sqrt{11}$ nije racionalan. Naime, prepostavimo da je

$$\sqrt{11} = \frac{m}{n},$$

pri čemu su $m \in \mathbf{N}$ i $n \in \mathbf{N}$. (Drugi korijen iz bilo kojega strogo pozitivnoga realnoga broja je opet strogo pozitivan realan broj, pa ni brojnik ni nazivnik razlomka $\frac{m}{n}$ ne mogu biti nepozitivni cijeli brojevi.) Bez smanjenja općenitosti možemo prepostaviti da je razlomak $\frac{m}{n}$ potpuno skraćen, odnosno da je najveći zajednički djelitelj brojeva m i n jednak 1. Kvadriranjem jednakosti

$$\sqrt{11} = \frac{m}{n}$$

dobivamo

$$\frac{m^2}{n^2} = 11,$$

a odavde je

$$m^2 = 11 \cdot n^2.$$

Desna strana ove jednakosti je očito prirodan broj djeljiv s 11, pa takva mora biti i lijeva strana. Odatle slijedi da je prirodan broj m^2 djeljiv s 11. Broj 11 je prost broj, pa je broj m^2 djeljiv s 11 ako i samo ako je broj m djeljiv s 11. (Primijetite da tvrdnja

m^2 je djeljiv s k ako i samo ako je m djeljiv s k .

nije točna ako je k složen broj. Npr. broj $4^2 = 16$ je djeljiv s 8, ali broj 4 nije djeljiv s 8.) To znači



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

da broj m možemo zapisati u obliku $m = 11 \cdot k$, pri čemu je k prirodan broj koji nije djeljiv s 11. Uvrstimo li tu jednakost u jednakost $m^2 = 11 \cdot n^2$, dobit ćemo:

$$\begin{aligned}(11 \cdot k)^2 &= 11 \cdot n^2, \\ 11^2 \cdot k^2 &= 11 \cdot n^2, \quad /:11 \\ n^2 &= 11 \cdot k^2.\end{aligned}$$

Desna strana te jednakosti je djeljiva s 11, pa takva mora biti i lijeva strana. Potpuno analogno kao i za broj m zaključujemo da je i n djeljiv s 11. Dakle, brojevi m i n su djeljivi s 11, što je suprotno pretpostavci da je najveći zajednički djelitelj tih dvaju brojeva jednak 1. Stoga je pretpostavka da je broj $\sqrt{11}$ racionalan broj bila pogrešna, pa zaključujemo da je taj broj iracionalan.

Napomena: U teoriji brojeva može se dokazati sljedeća tvrdnja.

Tvrđnja. Neka je n prirodan broj. Tada je broj \sqrt{n} racionalan ako i samo ako je n potpun kvadrat nekoga cijelog broja.

U našem slučaju broj 11 nije kvadrat niti jednoga cijelog broja, pa prema izrečenoj tvrdnji niti broj $\sqrt{11}$ nije racionalan.

2. D. Imamo redom:

$$\begin{aligned}(-0.2)^2 - 1: \left(7 \cdot \frac{3}{2} + 1.25\right) &= \left(-\frac{2}{10}\right)^2 - 1: \left(7 \cdot \frac{3}{2} + \frac{125}{100}\right) = \left(-\frac{2:2}{10:2}\right)^2 - 1: \left(7 \cdot \frac{3}{2} + \frac{125:25}{100:25}\right) = \\ &= \left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 1: \left(7 \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{4}\right) = \frac{1}{25} - 1: \left(\frac{7 \cdot 3}{2} + \frac{5}{4}\right) = \frac{1}{25} - 1: \left(\frac{21}{2} + \frac{5}{4}\right) = \frac{1}{25} - 1: \left(\frac{21 \cdot 2 + 5}{4}\right) = \\ &= \frac{1}{25} - 1: \left(\frac{42+5}{4}\right) = \frac{1}{25} - 1: \frac{47}{4} = \frac{1}{25} - \frac{4}{47} = \frac{1 \cdot 47 - 4 \cdot 25}{25 \cdot 47} = \frac{47 - 100}{1175} = -\frac{53}{1175} \approx -0.045106383\end{aligned}$$

Zaokružimo li ovaj broj na četiri decimale, dobivamo -0.0451 (znamenka na mjestu stotisućinki jednaka je nuli, pa prve četiri znamenke iza decimalne točke samo prepisemo).

3. D. Imamo redom:

$$D = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{9} + 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{9} + \frac{8}{4} = \frac{4}{9} + 2 = \frac{4+2 \cdot 9}{9} = \frac{4+18}{9} = \frac{22}{9}.$$

4. D. Iz zadane jednakosti izrazimo varijablu k . Imamo redom:

$$\begin{aligned}m &= \frac{k}{2} - 3 \cdot p, \quad / \cdot 2 \\ 2 \cdot m &= k - 2 \cdot 3 \cdot p, \\ 2 \cdot m &= k - 6 \cdot p, \\ k &= 2 \cdot m + 6 \cdot p.\end{aligned}$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

5. A. Pomnožimo zadane faktore prema pravilu „svaki sa svakim“:

$$\begin{aligned} a \cdot (a-1) \cdot (a+2) &= [a \cdot (a-1)] \cdot (a+2) = (a \cdot a - 1 \cdot a) \cdot (a+2) = (a^2 - a) \cdot (a+2) = \\ &= a^2 \cdot a - a \cdot a + a^2 \cdot 2 - a \cdot 2 = a^3 - a^2 + 2 \cdot a^2 - 2 \cdot a = a^3 + a^2 - 2 \cdot a. \end{aligned}$$

6. B. Obujam jedne boce iskazan u litrama jednak je

$$V_1 = \frac{750}{1000} = \frac{750 : 250}{1000 : 250} = \frac{3}{4} \text{ litara.}$$

Obujam ulja u jednoj kutiji je

$$V_2 = 500 \cdot V_1 = 500 \cdot \frac{3}{4} = \frac{500 \cdot 3}{4} = \frac{250 \cdot 3}{2} = \frac{750}{2} \text{ litara.}$$

Obujam ulja u svih 12 kutija jednak je

$$V_3 = 12 \cdot \frac{750}{2} = \frac{12 \cdot 750}{2} = 6 \cdot 750 = 4500 \text{ litara.}$$

Ako bismo svo ulje pretočili u spremnike obujma 1000 litara tako da svaki spremnik bude potpuno ispunjen, ukupan broj spremnika bi morao biti jednak

$$4500 : 1000 = 4.5.$$

To nije moguće jer ukupan broj spremnika mora biti prirodan broj. Zbog toga decimalan broj 4.5 zaokružimo na prvi strogo veći prirodan broj. To je broj 5. Dakle, za pretakanje nam treba najmanje 5 spremnika obujma 1000 litara.

Napomena: Ukupni obujam svih spremnika mora biti jednak ili veći od 4500 litara jer će u suprotnom postojati obujam ulja kojega nećemo moći pretočiti ni u jedan od spremnika.

7. C. Traženi postotak je jednak

$$\frac{7.532619 - 7.500981}{7.532619} \cdot 100 = \frac{0.031638}{7.532619} \cdot 100 = \frac{3.1638}{7.532619} \approx 0.42001327825\% \approx 0.420\%.$$

8. C. Označimo nepoznate kutove četverokuta s α i β . Zbroj tih dvaju kutova četverokuta jednak je

$$360^\circ - (82^\circ + 114^\circ) = 360^\circ - 196^\circ = 164^\circ.$$

Iz podatka da se nepoznati kutovi odnose kao $1 : 2$ slijedi

$$\begin{aligned} \alpha : \beta &= 1 : 2, \\ \alpha \cdot 2 &= \beta \cdot 1, \\ \beta &= 2 \cdot \alpha. \end{aligned}$$

Stoga je zbroj nepoznatih kutova, s druge strane, jednak



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

$$\alpha + \beta = \alpha + 2 \cdot \alpha = 3 \cdot \alpha.$$

Ta vrijednost treba biti jednaka 164° , pa dobivamo jednadžbu:

$$3 \cdot \alpha = 164^\circ$$

Dijeljenjem te jednadžbe s 3 slijedi:

$$\alpha = \left(\frac{164}{3} \right)^\circ = \left(\frac{163+2}{3} \right)^\circ = \left(\frac{162}{3} \right)^\circ + \left(\frac{2}{3} \right)^\circ = 54^\circ + \left(\frac{2}{3} \right)^\circ = 54^\circ + \frac{2}{3} \cdot 60' = 54^\circ + 2 \cdot 20' = 54^\circ 40'$$

- 9. C.** Tražena je udaljenost jednaka

$$d = \sqrt{(x_K - x_L)^2 + (y_K - y_L)^2} = \sqrt{(-2 - 5)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 2^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53} \text{ jed.}$$

- 10. B.** Izrazimo polumjer osnovke (označimo ga s r) u dm. Imamo:

$$2 \cdot r = 9 \text{ cm}$$

$$2 \cdot r = \frac{9}{10} \text{ dm} \quad / : 2$$

$$r = \frac{\frac{9}{10}}{2} = \frac{9}{10 \cdot 2} = \frac{9}{20} \text{ dm.}$$

Visina valjka (označimo je s h) iskazana u dm iznosi:

$$h = \frac{15}{10} = \frac{15 : 5}{10 : 5} = \frac{3}{2} \text{ dm.}$$

Stoga je obujam valjka jednak

$$V = B \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h = \left(\frac{9}{20} \right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} = \frac{81}{400} \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} = \frac{81}{400} \cdot \frac{3}{2} \cdot \pi = \frac{81 \cdot 3}{400 \cdot 2} \cdot \pi = \frac{243}{800} \cdot \pi \text{ dm}^3.$$

Budući da je $1 \text{ litra} = 1 \text{ dm}^3$, konačno dobivamo:

$$V = \frac{243}{800} \cdot \pi \approx 0.9542587685279 \text{ litara} \approx 0.954 \text{ litre.}$$

- 11. B.** Obje površine jednake su polovici umnoška duljine stranice AB i duljine visine na tu stranicu. Ta je duljina jednaka udaljenosti usporednih pravaca p i q , pa ona ne ovisi o izboru točaka C i D . Zbog toga su navedene površine međusobno jednake.
- 12. A.** Graf funkcije f je parabola jer je graf bilo koje kvadratne funkcije parabola. Zbog toga u obzir dolaze jedino slike A i C. Budući da je $f(0) = 0^2 + 1 = 0 + 1 = 1$, graf funkcije f mora prolaziti točku $(0, 1)$.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

kom $T = (0, 1)$. To svojstvo ima jedino krivulja na slici A i ona je rješenje zadatka.

- 13. C.** Prema jednostavnom računu smjese, tražena cijena je jednaka

$$\bar{c} = \frac{7 \cdot 220 + 10 \cdot 330}{220 + 330} = \frac{1540 + 3300}{550} = \frac{4840}{550} = \frac{4840 : 110}{550 : 110} = \frac{44}{5} = 8.8 \text{ kn.}$$

- 14. B.** Duljina dijagonale pravokutnika čije su stranice duge 50 m i 30 m iznosi

$$d = \sqrt{50^2 + 30^2} = \sqrt{2500 + 900} = \sqrt{3400} = \sqrt{34 \cdot 100} = \sqrt{34} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{34} \cdot 10 = 10 \cdot \sqrt{34} \text{ m.}$$

Duljina prijeđenoga puta i vrijeme su upravno razmjerne veličine. Drugim riječima, koliko se puta poveća vrijeme trčanja, toliko se puta poveća i duljina prijeđenoga puta (jer je prosječna brzina – kao omjer duljine prijeđenoga puta i vremena – ista prema pretpostavci zadatka). Dakle, ako za 4 minute dječak pretrči dijagonalu 7 puta, onda će za 45 minuta pretrčati dijagonalu $\frac{45}{4}$ puta više negoli u 4 minute, tj. ukupno $\frac{45}{4} \cdot 7 = \frac{45 \cdot 7}{4} = \frac{315}{4}$ puta. Prema tome, traženi put jednak je

$$s = \frac{315}{4} \cdot 10 \cdot \sqrt{34} = \frac{315}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{34} = \frac{315 \cdot 5}{2} \cdot \sqrt{34} = \frac{1575}{2} \cdot \sqrt{34} \approx 4591.87461719067 \text{ metara.}$$

Zaokružimo ovaj broj na najbliži prirodan broj, pa dobijemo $s \approx 4592$ m.

- 15. C.** Površina koju treba obojati jednak je zbroju površina pravokutnika kojima je širina jednak visini prostorije (označimo je s h). Uočimo da je opseg lika prikazanoga na tlocrtu jednak $2 \cdot (a + b)$, pa je površina koju treba obojati jednak

$$P = 2 \cdot (a + b) \cdot h = 2 \cdot (12 + 7) \cdot 2.7 = 2 \cdot 19 \cdot 2.7 = 102.6 \text{ m}^2.$$

Tako dobivamo da je tražena cijena jednak

$$c = P \cdot 10 = 1026 \text{ kn.}$$

Napomena: Veličina x nije bila značajna za rješavanje zadatka jer opseg prikazanoga lika ne ovisi o vrijednosti varijable x . Da smo npr. računali obujam zraka u zadanoj prostoriji, vrijednost veličine x bila bi značajna jer bismo tražili površinu cijelog prikazanoga lika, a ona ovisi o vrijednosti veličine x . Preciznije, nije teško provjeriti da je površina prikazanoga lika jednak $P_1 = a \cdot b - 3 \cdot x^2$.

- 16. B.** U zadanu jednadžbu uvrstimo $x = 3$, pa dobivamo:

$$\begin{aligned} m \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 - (m + 1) &= 0, \\ m \cdot 9 - 15 - m - 1 &= 0, \\ 9 \cdot m - m &= 15 + 1, \\ 8 \cdot m &= 16. \end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 8 slijedi $m = 2$. Stoga polazna kvadratna jednadžba zapravo glasi:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

$$2 \cdot x^2 - 5 \cdot x - (2 + 1) = 0, \\ 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 3 = 0.$$

Prema Vièteovim formulama, umnožak njegovih rješenja jednako je $\frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$. Budući da je jedno rješenje jednako 3, preostalo drugo rješenje jednako je

$$-\frac{3}{2} : 3 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}.$$

II. ZADATCI KRATKOGA ODGOVORA

17. **51; 80.** 7 kg jabuka koštalo je $\frac{7}{2.5} = \frac{70}{25} = \frac{70:5}{25:5} = \frac{14}{5}$ puta više nego 2.5 kg jabuka, tj. ukupno

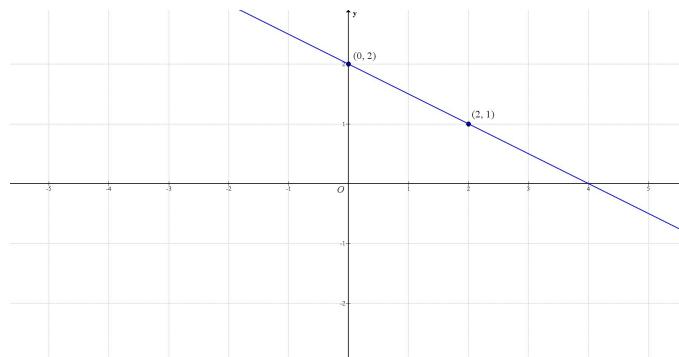
$$C = \frac{14}{5} \cdot 18.5 = \frac{14}{5} \cdot \frac{185}{10} = \frac{7}{1} \cdot \frac{37}{5} = \frac{7 \cdot 37}{5} = \frac{259}{5} = 51.8 \text{ kn} = 51 \text{ kn i } 80 \text{ lp.}$$

18. **(2, 0) i (0, -3) (ili obratno).** Iz slike očitamo da pravac siječe os apscisa u točki čija je prva koordinata 2 (od 0 idemo za dvije jedinice udesno i dođemo u točku čija je prva koordinata 2), dok os ordinata siječe u točki čija je druga koordinata jednaka -3 (od 0 idemo za tri jedinice nadolje i dođemo u točku čija je druga koordinata jednaka -3). Svaka točka na osi apscisa ima drugu koordinatu jednaku 0, a svaka točka na osi ordinata ima prvu koordinatu jednaku 0. Stoga su tražene točke (2, 0) i (0, -3).

19. **Vidjeti Sliku 1.** Bilo koji pravac jednoznačno je određen s bilo koje dvije različite točke tog pravca. Za $x = 0$ lagano dobivamo $y = 2$, dok za $x = 2$ dobivamo

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = -1 + 2 = 1.$$

Dakle, traženi pravac prolazi točkama (0, 2) i (2, 1). Ucrtamo te točke u zadani pravokutni koordinatni sustav u ravnini, te ih spojimo pravcem. Dobivamo pravac prikazan na Slici 1.



Slika 1.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

20. 132 000. Znamo da 1 kg ima 1000 g i da 1 m ima 100 cm. Odатле slijede jednakosti:

$$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg} = \frac{1}{10^3} \text{ kg} = 10^{-3} \text{ kg},$$

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m} = \frac{1}{10^2} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m},$$

$$1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = (10^{-2})^3 \text{ m}^3 = 10^{-2 \cdot 3} \text{ m}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Stoga redom imamo:

$$132 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 132 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 132 \cdot 10^{-3-(-6)} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 132 \cdot 10^{-3+6} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 132 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 132 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 132 000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

21. $\frac{a+3}{a}$. Uočimo da vrijede jednakosti:

$$\begin{aligned} a^2 + 6 \cdot a + 9 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 = (a+3)^2, \\ a^2 + 3 \cdot a &= a \cdot (a+3). \end{aligned}$$

Stoga je zadani algebrski razlomak jednak

$$\frac{a^2 + 6 \cdot a + 9}{a^2 + 3 \cdot a} = \frac{(a+3)^2}{a \cdot (a+3)} = \frac{(a+3) \cdot (a+3)}{a \cdot (a+3)} = \frac{a+3}{a}.$$

22. -8; $-\frac{13}{8}$; 4. Za $x = -2$ imamo:

$$f(-2) = 3 \cdot (-2) - 2 = -6 - 2 = -8.$$

Stoga u prazan pravokutnik ispod broja -2 upisujemo -8 . Za $x = \frac{1}{8}$ analogno imamo:

$$f\left(\frac{1}{8}\right) = 3 \cdot \frac{1}{8} - 2 = \frac{3}{8} - 2 = \frac{3 - 8 \cdot 2}{8} = \frac{3 - 16}{8} = -\frac{13}{8}.$$

Stoga u prazan pravokutnik ispod broja $\frac{1}{8}$ upisujemo $-\frac{13}{8}$. Preostaje odrediti x takav da je $f(x) = 10$. Imamo redom:

$$\begin{aligned} f(x) &= 10, \\ 3 \cdot x - 2 &= 10, \\ 3 \cdot x &= 10 + 2, \\ 3 \cdot x &= 12. \end{aligned}$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

Odavde dijeljenjem s 3 slijedi $x = 4$. Stoga u prazan pravokutnik iznad broja 10 upisujemo 4.

- 23. 1.) 13 857.14.** Traženi prosječan prihod po jednom danu jednak je:

$$\bar{p} = \frac{12000 + 7000 + 0 + 30000 + 15000 + 23000 + 10000}{7} = \frac{97000}{7} \approx 13857.14 \text{ kn.}$$

Dobiveni rezultat moramo zaokružiti na točno dvije decimale jer ne postoji tisućiti, desetisućiti itd. dio kune.

- 2.) 12.37.** Traženi postotak je jednak

$$p = \frac{12000}{97000} \cdot 100 = \frac{12}{97} \cdot 100 = \frac{1200}{97} \approx 12.371134 \% \approx 12.37\%.$$

- 24. 0; 0; 54; 18.** Uvrstimo prvu jednadžbu sustava u drugu, pa dobijemo:

$$\begin{aligned} y^2 &= 6 \cdot (3 \cdot y), \\ y^2 &= 18 \cdot y, \\ y^2 - 18 \cdot y &= 0, \\ y \cdot (y - 18) &= 0. \end{aligned}$$

Umnožak dvaju brojeva jednak je nuli ako i samo ako je barem jedan od tih brojeva jednak nuli. Za $y = 0$ iz prve jednadžbe sustava odmah slijedi $x = 0$.

Za $y - 18 = 0$ slijedi $y = 18$, pa uvrštavanjem u prvu jednadžbu dobivamo $x = 3 \cdot 18 = 54$.

Dakle, sva rješenja sustava su $(x, y) \in \{(0, 0), (54, 18)\}$.

- 25. 1.) 3 osobe.** Točka koja odgovara 1990. godini je polovište dužine određene točkama koje odgovaraju 1980., odnosno 2000. godini. Tom točkom povučemo pravac usporedan s osi imena osoba (tj. pravac okomit na os godina). Taj pravac siječe zadani grafikon u točno tri točke. Stoga su 1990. godine bile zaposlene točno tri osobe, i to su Dragica, Ena i Filip.

- 2.) 10.** Mjerna jedinica za vrijeme na vodoravnoj osi je $\frac{20}{4} = 5$ godina. Iz grafikona očitamo da je

Ava bila zaposlena ukupno $5 \cdot 5 = 25$ godina, dok je Boris bio zaposlen ukupno $3 \cdot 5 = 15$ godina. Razlika tih dvaju brojeva jednak je $25 - 15 = 10$. Dakle, Ava je bila zaposlena 10 godina dulje od Borisa.

- 26. 1.) ≈ 0.34037 .** Možemo postaviti shemu:



Veličine su očito upravno razmjerne („što više kilograma, to više aroba“). Primjenom jednostavnoga trojnoga pravila dobivamo razmjer:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

$$x : 1 = 5 : 14.69.$$

Odavde je

$$x = \frac{5}{14.69} = \frac{500}{1469} \approx 0.340367597 \approx 0.34037.$$

2.) ≈ 518.16578 . Ovaj zadatak najlakše je riješiti primjenom verižnoga računa, odnosno verižnika jer su sve veličine upravno razmjerne. Imamo redom:

| | |
|---------------------|---------------------|
| x unča | 1 portugalska aroba |
| 1 portugalska aroba | 14.69 kg |
| 1 kg | 1000 g |
| 28.35 g | 1 unča |

Verižnik je zatvoren jer je veličina na kraju posljednjega retka jednaka veličini na početku prvoga retka. Tako sada lagano dobijemo:

$$x = \frac{1 \cdot 14.69 \cdot 1000 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 28.35} = \frac{14690}{2835} = \frac{1469000}{28350} = \frac{1469000 : 5}{28350 : 5} = \frac{293800}{567} \approx 518.165784832 \approx 518.16578.$$

27. 1.) $-\frac{1}{20} = -0.05$. Imamo redom:

$$5 \cdot (2 \cdot x + 1) - 3 = \frac{3}{2},$$

$$10 \cdot x + 5 - 3 = \frac{3}{2},$$

$$10 \cdot x = \frac{3}{2} - 5 + 3,$$

$$10 \cdot x = \frac{3}{2} - 2,$$

$$10 \cdot x = \frac{3 - 2 \cdot 2}{2},$$

$$10 \cdot x = \frac{3 - 4}{2},$$

$$10 \cdot x = -\frac{1}{2}, \quad /:10$$

$$x = \frac{-\frac{1}{2}}{10} = -\frac{1}{2 \cdot 10} = -\frac{1}{20}.$$

Dobiveno rješenje zapisano kao decimalan broj je $x = -0.05$.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA

2.) 2. Prisjetimo se da je $0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$. Tako odmah dobivamo:

$$\begin{aligned}10^{1-x} &= 0.1, \\10^{1-x} &= 10^{-1}, \\1-x &= -1, \\-x &= -1-1, \\-x &= -2.\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s (-1) dobivamo $x = 2$.

3.) $x > \frac{3}{5}$ ili $x \in \left\langle \frac{3}{5}, +\infty \right\rangle$. Imamo redom:

$$\begin{aligned}x \cdot (4-x) &> 3 - (x+x^2), \\4 \cdot x - x^2 &> 3 - x - x^2, \\4 \cdot x - x^2 + x + x^2 &> 3, \\5 \cdot x &> 3.\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 5 , pri čemu se znak nejednakosti ne mijenja, slijedi $x > \frac{3}{5}$. Ovo rješenje možemo zapisati u obliku $x \in \left\langle \frac{3}{5}, +\infty \right\rangle$.

28. 1.) 97. Cijena Ivine narudžbe iznosi

$$I = 35.00 + 5.00 + 8.00 = 48.00 \text{ kn},$$

a cijena Matejeve narudžbe iznosi

$$M = 32.00 + 10.00 + 13.00 = 55.00 \text{ kn}.$$

Stoga je traženi iznos jednak

$$o = 200 - (48.00 + 55.00) = 200 - 103 = 97 \text{ kn}.$$

2.) $4 \cdot \sqrt{30} \approx 21.91 \text{ cm}$. Označimo s m polumjer male pizze, a s j polumjer jumbo-pizze. Površina male pizze jednak je

$$P_m = m^2 \cdot \pi,$$

a površina jumbo-pizze jednak je



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

**RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI
U RUJNU 2013. – OSNOVNA RAZINA**

$$P_j = j^2 \cdot \pi .$$

Prema uvjetu zadatka vrijedi jednakost

$$\frac{3}{5} \cdot P_m = \frac{1}{8} \cdot P_j .$$

Uvrštavanjem izraza za P_m i P_j u gornju jednakost dobivamo:

$$\frac{3}{5} \cdot m^2 \cdot \pi = \frac{1}{8} \cdot j^2 \cdot \pi, \quad / : \pi$$

$$\frac{3}{5} \cdot m^2 = \frac{1}{8} \cdot j^2 \quad / \cdot 8$$

$$j^2 = \frac{24}{5} \cdot m^2 \quad / \sqrt{}$$

$$j = \sqrt{\frac{24}{5} \cdot m^2} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{m^2} = \frac{\sqrt{4 \cdot 6}}{\sqrt{5}} \cdot m = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{5}} \cdot m = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{5}} \cdot m = \frac{2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} \cdot m = \frac{2 \cdot \sqrt{6 \cdot 5}}{5} \cdot m,$$

$$j = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{30} \cdot m.$$

U posljednju jednakost uvrstimo $m = 10$. Tako konačno dobivamo:

$$j = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{30} \cdot 10 = \frac{2}{5} \cdot 10 \cdot \sqrt{30} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{30} = 4 \cdot \sqrt{30} \approx 21.9089023 \text{ cm} \approx 21.91 \text{ cm}.$$

pripremio:
mr.sc. Bojan Kovačić, dipl.ing.mat., viši predavač