



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

1. C. Podsetimo da oznaka  $\langle$  uz točku na brojevnom pravcu pridruženu realnom broju  $a$  znači da broj  $a$  ne pripada istaknutom podskupu skupa realnih brojeva, a da oznaka  $[$  uz istu točku znači da broj  $a$  pripada spomenutom podskupu. Stoga zadani grafički prikaz predstavlja interval  $\langle -1, 5 \rangle$ . Taj interval je skup svih realnih brojeva koji su istodobno strogo veći od  $-1$  i jednaki ili manji od  $5$ .

Primijetimo da je u **A** naveden opis otvorena intervala  $\langle -1, 5 \rangle$ , u **B** opis poluzatvorena intervala  $[-1, 5]$ , a u **D** opis segmenta  $[-1, 5]$ .

2. A. Iz podatka da je Jelena 12 cm niža od Vlaste izravno slijedi da je Vlasta 12 cm viša od Jelene. Iz podatka da je Marija 7 cm viša od Jelene i prethodne rečenice ovoga rješenja slijedi da je Vlasta  $12 - 7 = 5$  cm viša od Marije. Iz podatka da je Branka 8 cm viša od Marije i prethodne rečenice ovoga rješenja slijedi da je Branka  $8 - 5 = 3$  cm viša od Vlaste. Stoga zaključujemo da je Branka 3 cm viša od Vlaste, 8 cm viša od Marije i  $12 + 3 = 15$  cm viša od Jelene. Poredane silazno po visini, djevojke tvore niz Branka, Vlasta, Marija, Jelena. Dakle, najviša među njima je Branka.
3. C. Izrazimo vrijeme od 14 dana i 4 sata u satima. Prisjetimo se da jedan dan ima 24 sata, pa je vrijeme od 14 dana i 4 sata jednako vremenu od  $14 \cdot 24 + 4 = 340$  sati.

Označimo traženo vrijeme s  $t$ . Napomenimo da je vrijeme  $t$  izraženo u minutama. Budući da su duljina vremena i duljina kašnjenja sata upravno razmjerne veličine, možemo postaviti razmjer:

$$t : 340 = 5 : 8.5.$$

Riješimo ovaj razmjer uobičajenim načinom:

$$\begin{aligned} 8.5 \cdot t &= 340 \cdot 5, \\ 8.5 \cdot t &= 1700. \end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 8.5 slijedi  $t = 200$ . Dakle, sat će kasniti ukupno 200 minuta.

4. D. Imamo redom:

$$\begin{aligned} 1 - p &= \frac{2 - p}{3} \quad / \cdot 3 \\ 3 - 3 \cdot p &= 2 - p, \\ -3 \cdot p + p &= 2 - 3, \\ (-2) \cdot p &= -1 \quad / : (-2) \\ a &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

5. **D.** Zadatak je ekvivalentan rješavanju jednadžbe  $\frac{1}{3} \cdot x - 6 = 0$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \cdot x - 6 &= 0 \quad / \cdot 3 \\ x - 18 &= 0, \\ x &= 18.\end{aligned}$$

6. **B.** Iz podatka da kvadratna funkcija ima najveću vrijednost zaključujemo da je  $a < 0$ . Dotična najveća vrijednost računa se iz izraza

$$M = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}.$$

Iz podatka da je  $M = 0$  slijedi da brojnik gornjega razlomka mora biti jednak nuli, tj. da mora vrijediti jednakost

$$4 \cdot a \cdot c - b^2 = 0.$$

Pomnožimo tu jednakost s  $(-1)$  i zamijenimo poredak članova na njezinoj lijevoj strani. Dobit ćemo:

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0.$$

Pripadna diskriminanta kvadratne funkcije je dana izrazom

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c,$$

što znači da je jednakost

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$$

ekvivalentna jednakosti

$$D = 0.$$

Tako zaključujemo da istodobno moraju vrijediti relacije

$$a < 0 \text{ i } D = 0.$$

Jedina od četiriju navedenih funkcija koja ima oba svojstva je funkcija navedena pod **B**.

(Napomena: Skup svih mogućih rješenja zadatka tvore svi polinomi 2. stupnja kojima je vodeći koeficijent strogo manji od nule, a diskriminanta jednaka nuli.)



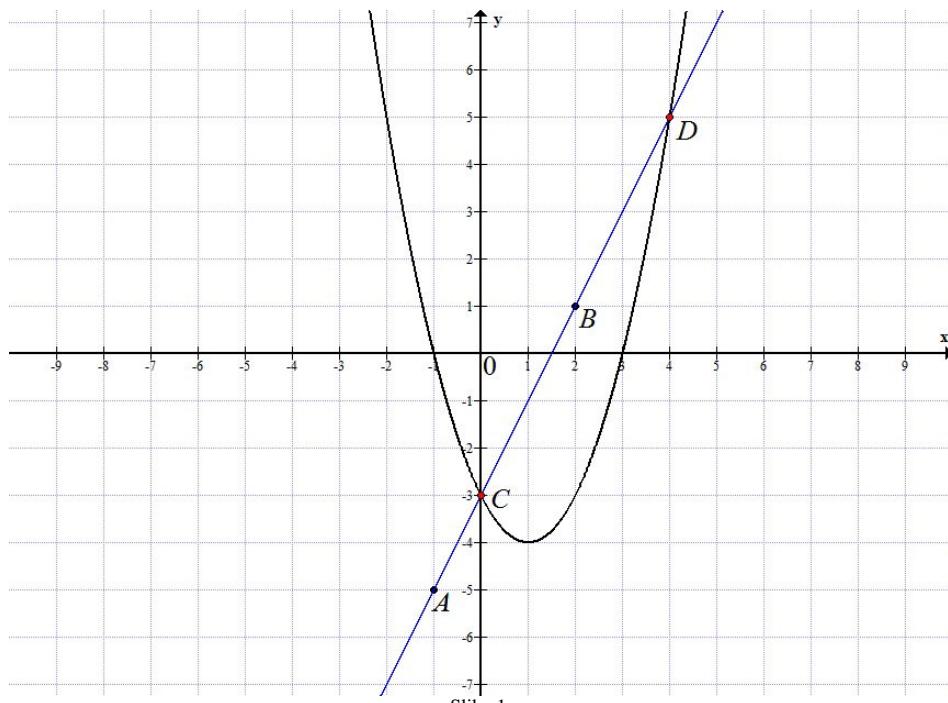
TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

7. D. Povucimo pravac kroz točke  $A$  i  $B$ , pa sa dobivene slike očitajmo njegova sjecišta sa zadanom parabolom. Vidjeti Sliku 1.

Tražena sjecišta su točke  $C$  i  $D$ . Odmah vidimo da je  $C = (0, -3)$  jer iz ishodišta zadanoga pravokutnoga koordinatnoga sustava u ravnini do točke  $C$  dođemo tako da se spustimo tri jedinice duljine prema dolje. Iz ishodišta do točke  $D$  dođemo tako da se najprije pomaknemo za 4 jedinice duljine udesno, a potom za 5 jedinica duljine prema gore. Stoga je  $D = (4, 5)$ .

Dakle, tražena sjecišta su točke  $(0, -3)$  i  $(4, 5)$ .



Slika 1.

8. D. Riješimo zadanu kvadratnu jednadžbu uobičajenim načinom. Imamo redom:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 6}}{1} = -b \pm \sqrt{b^2 - 6} \Rightarrow$$
$$x_1 = -b - \sqrt{b^2 - 6}, \quad x_2 = -b + \sqrt{b^2 - 6}.$$

Rješenje  $x_2$  navedeno je pod slovom **D**.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

- 9. D.** Podsjetimo se da su pravci  $p_1 \dots A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 = 0$  i  $p_2 \dots A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 = 0$  usporedni ako i samo ako istodobno vrijede jednakosti  $A_1 = A_2$  i  $B_1 = B_2$ .  
U slučaju **A** nije istinita jednakost  $A_1 = A_2$  jer je  $A_1 = 1 \neq 2 = A_2$ .  
U slučajevima **B** i **C** nije istinita jednakost  $B_1 = B_2$  jer je  $B_1 = -1 \neq 1 = B_2$ .  
U slučaju **D** vrijede jednakosti  $A_1 = A_2 = 2$  i  $B_1 = B_2 = -1$ , pa je pripadni par pravaca ujedno i rješenje zadatka.

- 10. C.** Traženu površinu izračunat ćemo tako da od površine pravokutnika oduzmemo zbroj površina dvaju neosjenčanih pravokutnih trokutova. Duljine kateta manjega od tih dvaju trokutova su  $\frac{1}{3} \cdot a$  i  $\frac{1}{3} \cdot b$ , a duljine kateta većega od tih dvaju trokutova su  $\frac{2}{3} \cdot a$  i  $\frac{2}{3} \cdot b$ . Stoga imamo:

$$\begin{aligned} P &= a \cdot b - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} \cdot a \right) \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot b \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} \cdot a \right) \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot b \right) = a \cdot b - \frac{a \cdot b}{18} - \frac{4 \cdot a \cdot b}{18} = \\ &= \frac{18 \cdot a \cdot b - a \cdot b - 4 \cdot a \cdot b}{18} = \frac{13}{18} \cdot a \cdot b \end{aligned}$$

Preostaje uvrstiti  $a = 21$  i  $b = 9$ . Dobit ćemo:

$$P = \frac{13}{18} \cdot 21 \cdot 9 = \frac{13 \cdot 21}{2} = \frac{273}{2} = 136.5 \text{ cm}^2.$$

- 11. A.** Izračunajmo najprije kut kod vrha  $C$  u trokutu  $ABC$ . Imamo:

$$\angle ACB = \angle BCD - \angle ACD = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ.$$

Dakle,  $ABC$  je pravokutan trokut s pravim kutom kod vrha  $C$ . Njegove katete su dužine  $\overline{AC}$  i  $\overline{BC}$ , a hipotenuza je dužina  $\overline{AB}$ . Primjenom Pitagorina poučka odmah dobivamo:

$$|AC| = \sqrt{|AB|^2 - |BC|^2} = \sqrt{4^2 - 2.2^2} = \sqrt{16 - 4.84} = \sqrt{11.16} \approx 3.3406586 \text{ cm.}$$

Zaokruživanjem ovoga rezultata na jednu decimalu dobivamo  $|AC| = 3.3$  cm. (Druga znamenka iza decimalne točke jednaka je 4, pa nju zanemarujemo, a prvu znamenku iza decimalne točke prepisujemo.)

- 12. B.** Osnovka piramide je kvadrat čija stranica ima duljinu  $a = 12$  cm. Stoga je površina osnovke piramide jednaka

$$B = a^2 = 12^2 = 144 \text{ cm}^2.$$

Duljina visine piramide povučene iz vrha piramide na osnovku piramide, duljina visine



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

pobočke piramide i polovica duljine osnovnoga brida piramide tvore duljine stranica pravokutnoga trokuta. Hipotenuza toga trokuta je visina pobočke piramide. Primjenom Pitagorina poučka dobivamo duljinu  $h$  visine piramide:

$$h = \sqrt{v_p^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm.}$$

Stoga je traženi obujam piramide jednak

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 8 = 48 \cdot 8 = 384 \text{ cm}^3.$$

- 13. C.** Iz podatka da je dobit podijeljena u omjeru  $5 : 6 : 9$  zaključujemo da postoji strogo pozitivan realan broj  $k$  takav da dobiti iznose  $5 \cdot k$ ,  $6 \cdot k$  i  $9 \cdot k$ . Budući da je  $k > 0$ , najveća od tih triju dobiti iznosi  $9 \cdot k$  kn, a najmanja  $5 \cdot k$  kn. Njihova je razlika jednaka

$$\Delta = 9 \cdot k - 5 \cdot k = 4 \cdot k.$$

Prema zadatku, taj iznos mora biti jednak 2540 kn. Tako dobivamo linearnu jednadžbu 1. stupnja s jednom nepoznanicom:

$$4 \cdot k = 2540.$$

Odatle dijeljenjem s 4 slijedi  $k = 635$ . Tražena ukupna dobit iznosi:

$$D = 5 \cdot k + 6 \cdot k + 9 \cdot k = 20 \cdot k = 20 \cdot 635 = 12700 \text{ kn.}$$

- 14. D.** Žicu možemo zamišljati kao uspravni kružni valjak. Polumjer osnovke valjka iznosi  $r = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ mm} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . Obujam valjka jednak je  $V = B \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h$ , gdje je  $h$  duljina žice. Ovaj izraz uvrstimo u formulu za gustoću:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{r^2 \cdot \pi \cdot h},$$

pa iz dobivene jednakosti izrazimo veličinu  $h$ :

$$\rho = \frac{m}{r^2 \cdot \pi \cdot h} \quad | \cdot \frac{h}{\rho}$$

$$h = \frac{m}{r^2 \cdot \pi \cdot \rho}.$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

U ovaj izraz uvrstimo  $m = 4.85 \text{ kg}$ ,  $r = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  i  $\rho = 8900$ . Dobit ćemo:

$$\begin{aligned} h &= \frac{4.85}{(1.5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \pi \cdot 8900} = \frac{4.85}{1.5^2 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 8.9 \cdot 10^3} = \frac{4.85}{2.25 \cdot 8.9 \cdot \pi \cdot 10^{-3}} = \\ &= \frac{4.85 \cdot 10^3}{20.025 \cdot \pi} = \frac{4850}{20.025 \cdot \pi} \approx 77.09378 \approx 77.1 \text{ m} \end{aligned}$$

**15. B.** Nazivnik prvoga razlomka rastavimo prema formuli za razliku kvadrata. Imamo redom:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot a}{a^2 - 4} + \frac{1}{2-a} &= \frac{2 \cdot a}{a^2 - 2^2} + \frac{1}{2-a} = \frac{2 \cdot a}{(a-2) \cdot (a+2)} + \frac{1}{2-a} = \frac{2 \cdot a}{(a-2) \cdot (a+2)} + \frac{1}{(-1) \cdot (a-2)} = \\ &= \frac{2 \cdot a}{(a-2) \cdot (a+2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{2 \cdot a - 1 \cdot (a+2)}{(a-2) \cdot (a+2)} = \frac{2 \cdot a - a - 2}{(a-2) \cdot (a+2)} = \frac{a-2}{(a-2) \cdot (a+2)} = \frac{1}{a+2}. \end{aligned}$$

Brojnik ovoga izraza jednak je 1, a nazivnik  $a + 2$ .

**16. B.** Osoba  $B$  zaradila je dvostruko više od osobe  $A$ , tj.  $2 \cdot x$  kn. osoba  $C$  zaradila je tri četvrtine zarade osobe  $B$ , tj.  $\frac{3}{4} \cdot (2 \cdot x) = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot x = \frac{3}{2} \cdot x$ . Zaključujemo da je osoba  $C$

zaradila  $\frac{3}{2} \cdot x - x = x \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) = x \cdot \left(\frac{3-2}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot x$  kn više od osobe  $A$ , odnosno

za  $\frac{\frac{1}{2} \cdot x}{x} \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50\%$  više od osobe  $A$ .

Nadalje, osoba  $C$  je zaradila  $2 \cdot x - \frac{3}{2} \cdot x = x \cdot \left(2 - \frac{3}{2}\right) = x \cdot \left(\frac{2 \cdot 2 - 3}{2}\right) = x \cdot \left(\frac{4-3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot x$  manje od osobe  $B$ , odnosno  $\frac{\frac{1}{2} \cdot x}{2 \cdot x} \cdot 100 = \frac{1}{2 \cdot 2} \cdot 100 = \frac{1}{4} \cdot 100 = 25\%$  manje od osobe  $B$ .

Tvrđnja **A** je točna jer smo zaključili da je osoba  $C$  zaradila 50% više od osobe  $A$ .

Tvrđnja **B** nije točna jer smo zaključili da je osoba  $C$  zaradila  $\frac{1}{2} \cdot x$  kn više od osobe  $A$ , a ne  $\frac{3}{2} \cdot x$  kn više kako stoji u tvrdnji.

Tvrđnja **C** je točna jer smo zaključili da je osoba  $C$  zaradila  $\frac{1}{2} \cdot x$  kn manje od osobe  $B$ .

Tvrđnja **D** je točna jer smo zaključili da je osoba  $C$  zaradila 25% manje od osobe  $B$ .



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

- 17. 102.** Najprije izrazimo duljinu cijelog štapa u cm. Prisjetimo se da vrijede jednakosti  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  i  $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$ . Stoga imamo:

$$2 \text{ m i } 40 \text{ mm} = \left( 2 \cdot 100 + \frac{40}{10} \right) \text{ cm} = (200 + 4) \text{ cm} = 204 \text{ cm.}$$

Stoga je duljina polovice štapa iskazana u cm

$$d = \frac{204}{2} = 102 \text{ cm.}$$

- 18.**  $\frac{3}{32} = 0.09375$ . Imamo redom:

$$\frac{|\sqrt{a} + 2 \cdot b|}{\left(\frac{1}{a} \cdot b\right)^2} = \frac{\left| \sqrt{\frac{1}{4}} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \right|}{\left[ \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \right]^2} = \frac{\left| \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right|}{\left[ 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \right]^2} = \frac{\left| \frac{3-4}{6} \right|}{\left( -\frac{4}{3} \right)^2} = \frac{\left| -\frac{1}{6} \right|}{\frac{16}{9}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{16}{9}} = \frac{1 \cdot 9}{6 \cdot 16} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 16} = \frac{3}{32}.$$

- 19. 60.** Luka je ostvario 20% više bodova od Ivana, pa je Lukin broj bodova jednak

$$L = 45 + \frac{20}{100} \cdot 45 = 45 + \frac{1}{5} \cdot 45 = 45 + 9 = 54.$$

Lukin broj bodova iznosi 90% od ukupnoga broja bodova. Označimo li s  $b$  ukupan broj bodova, možemo napisati jednadžbu:

$$\frac{90}{100} \cdot b = 54.$$

Dijeljenjem lijeve i desne strane jednadžbe s  $\frac{90}{100} = 0.9$  dobivamo  $b = 60$ . Dakle, na ispitu je bilo moguće ostvariti ukupno 60 bodova.

- 20. 648.** Udio broja učenika koji se bave nekom slobodnom aktivnosti u ukupnom broju učenika te škole jednak je:

$$\frac{1}{3} + \frac{12.5}{100} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{125}{1000} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{8+3+6}{24} = \frac{17}{24}.$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

Stoga je udio broja učenika koji se ne bave nijednom slobodnom aktivnošću u ukupnom broju učenika te škole jednak

$$1 - \frac{17}{24} = \frac{24-17}{24} = \frac{7}{24}.$$

Označimo li s  $u$  traženi ukupan broj učenika, onda iz jednadžbe

$$\frac{7}{24} \cdot u = 189$$

dijeljenjem s  $\frac{7}{24}$  dobivamo:

$$u = 189 \cdot \frac{24}{7} = 648.$$

Dakle, škola ima ukupno 648 učenika.

**21. 35°.** Koristit ćemo činjenicu da je zbroj mjera kutova u bilo kojem četverokutu jednak  $360^\circ$ . Primijenimo je na četverokut  $ABCD$ :

$$\angle BAC + \angle ABD + \angle ACD + \angle BDC = 360^\circ.$$

Pogledajmo koju od tih mjera možemo odmah izračunati. Mjeru kuta  $\angle BAC$  tražimo i nju zasad još ne možemo izračunati. Prema uvjetu zadatka, mjera kuta  $\angle ABD$  jednaka je mjeri kuta  $\angle BCD$ . Budući da mjera kuta  $\angle BCD$  i mjera kuta  $\angle ACD$  zbrojene daju mjeru kuta  $\angle BCA$ , a ova je jednak  $50^\circ$ , zaključujemo da je:

$$\angle BCD = 50^\circ - \angle ACD,$$

odnosno, zbog jednakosti  $\angle ABD = \angle BCD$ ,

$$\angle ABD = 50^\circ - \angle ACD.$$

Nadalje, budući da je mjera kuta  $\angle BDC$  trokuta  $BCD$  jednak  $85^\circ$ , mjeru kuta  $\angle BDC$  u četverokutu  $ABCD$  dobije se kao razlika  $360^\circ$  i  $85^\circ$ :

$$\angle BDC = 360^\circ - 85^\circ.$$

Uvrstimo dvije dobivene jednakosti u jednakost  $\angle BAC + \angle ABD + \angle ACD + \angle BDC = 360^\circ$ . Dobivamo:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

$$\angle BAC + (50^\circ - \angle ACD) + \angle ACD + (360^\circ - 85^\circ) = 360^\circ.$$

Pojednostavnimo dobiveni izraz:

$$\begin{aligned}\angle BAC + 50^\circ - \angle ACD + \angle ACD + 360^\circ - 85^\circ &= 360^\circ, \\ \angle BAC + 50^\circ + 360^\circ - 85^\circ &= 360^\circ, \\ \angle BAC &= 360^\circ - (50^\circ + 360^\circ - 85^\circ), \\ \angle BAC &= 360^\circ - 50^\circ - 360^\circ + 85^\circ, \\ \angle BAC &= 85^\circ - 50^\circ, \\ \angle BAC &= 35^\circ.\end{aligned}$$

22. 1.) **655.61.** Imamo:

$$P = 14.446^2 \cdot \pi = 208.686916 \cdot \pi \approx 655.60928220591..$$

Zaokruživanjem ovoga broja na dvije decimalne dobijemo 655.61 (treća decimalna je 9, pa prigodom zaokruživanja drugu decimalnu moramo uvećati za 1).

2.)  $\sqrt{\frac{P}{\pi}}$ . Imamo redom:

$$P = r^2 \cdot \pi \quad / : \pi$$

$$\begin{aligned}r^2 &= \frac{P}{\pi} \quad / \sqrt{} \\ r &= \sqrt{\frac{P}{\pi}}.\end{aligned}$$

(Napomena: Rješenje  $r = -\sqrt{\frac{P}{\pi}}$  ne dolazi u obzir jer duljina polumjera kruga  $r$  ne može biti strogo negativan realan broj.)

23. 1.)  $x^2 + \frac{624}{25} \cdot x \cdot y - y^2$ . Imamo redom:

$$\begin{aligned}\left(5 \cdot x - \frac{y}{5}\right) \cdot \left(5 \cdot y + \frac{x}{5}\right) &= 5 \cdot x \cdot 5 \cdot y - \frac{y}{5} \cdot 5 \cdot y + 5 \cdot x \cdot \frac{x}{5} - \frac{y}{5} \cdot \frac{x}{5} = 25 \cdot x \cdot y - y^2 + x^2 - \frac{x \cdot y}{25} = \\ &= x^2 + \left(25 - \frac{1}{25}\right) \cdot x \cdot y - y^2 = x^2 + \left(\frac{25 \cdot 25 - 1}{25}\right) \cdot x \cdot y - y^2 = x^2 + \left(\frac{625 - 1}{25}\right) \cdot x \cdot y - y^2 = \\ &= x^2 + \frac{624}{25} \cdot x \cdot y - y^2.\end{aligned}$$



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

2.)  $\frac{c-3}{c+3}$ . Koristimo formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata. Imamo redom:

$$\frac{c^2 - 6 \cdot c + 9}{c^2 - 9} = \frac{c^2 - 2 \cdot 3 \cdot c + 3^2}{c^2 - 3^2} = \frac{(c-3)^2}{(c-3) \cdot (c+3)} = \frac{c-3}{c+3}.$$

24.  $-\frac{3}{4}; \frac{1}{8}$ . Oduzimanjem druge jednadžbe od prve jednadžbe zadanoga sustava dobijemo:

$$\begin{aligned}\frac{5}{2} \cdot x + 2 - \left( -\frac{3}{2} \cdot x - 1 \right) &= 0, \\ \frac{5}{2} \cdot x + 2 + \frac{3}{2} \cdot x + 1 &= 0, \\ \frac{8}{2} \cdot x &= -2 - 1, \\ 4 \cdot x &= -3.\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 4 slijedi  $x = -\frac{3}{4}$ . Uvrstimo dobiveni rezultat npr. u prvu jednadžbu zadanoga sustava. Dobivamo:

$$y = \frac{5}{2} \cdot \left( -\frac{3}{4} \right) + 2 = -\frac{15}{8} + 2 = \frac{-15 + 2 \cdot 8}{8} = \frac{-15 + 16}{8} = \frac{1}{8}.$$

Dakle, rješenje zadanoga sustava je  $(x, y) = \left( -\frac{3}{4}, \frac{1}{8} \right)$ .

25. 1.) **Vidjeti Sliku 2.** Primijetimo da je zadana funkcija linearna funkcija. Njezin graf je pravac. Da bismo nacrtali bilo koji pravac, moramo zadati neke dvije njegove različite točke. Stoga uzmimo npr.  $x = 0$  i  $x = 2$ , pa izračunajmo  $f(0)$  i  $f(2)$ :

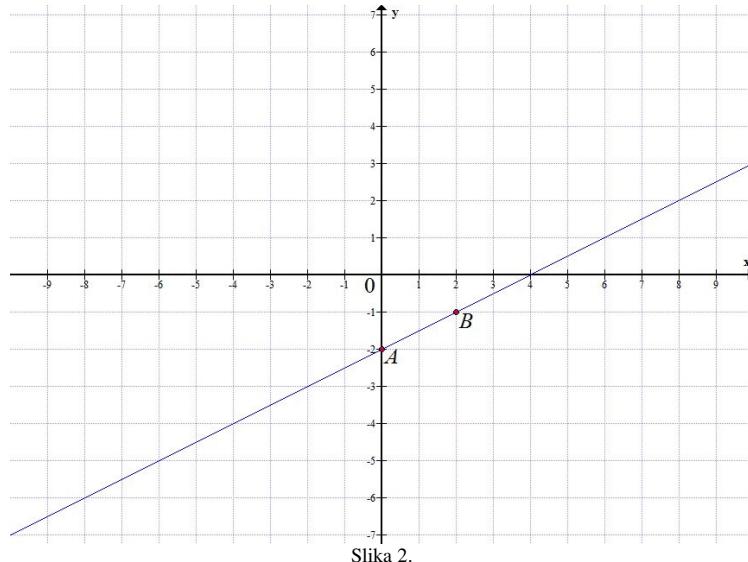
$$\begin{aligned}f(0) &= \frac{1}{2} \cdot 0 - 2 = 0 - 2 = -2, \\ f(2) &= \frac{1}{2} \cdot 2 - 2 = 1 - 2 = -1.\end{aligned}$$

Stoga u zadani pravokutni koordinatni sustav u ravnini ucrtajmo točke  $A = (0, -2)$  i  $B = (2, -1)$ , pa ih spojimo jednim pravcem. Dobivamo graf prikazan na Slici 2.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)



Slika 2.

2.) –98. Već smo izračunali  $f(0) = -2$ . Analogno računamo  $f(100)$ :

$$f(100) = \frac{1}{2} \cdot 100 - 2 = 50 - 2 = 48.$$

Stoga je

$$f(0) - 2 \cdot f(100) = -2 - 2 \cdot 48 = -2 - 96 = -98.$$

26. 1.) (2, –3). Zadatak se može riješiti na nekoliko različitih načina, pa ćemo ovdje navesti najjednostavniji i najbrži način (sugeriran i popratnom slikom u zadatku). Ucrtajmo sve zadane točke u pravokutni koordinatni sustav u ravnini, pa spojimo točke A i B, odnosno A i C jednim pravcem. Dobivamo Sliku 3.

Povucimo točkom C pravac usporedan s pravcem kroz točke A i B, a točkom A pravac usporedan s pravcem kroz točke B i C. Te je pravce lako povući jer je prvi usporedan s osi apscisa (osi x), a drugi usporedan s osi ordinata (osi y). Povučeni pravci će se sjeći u traženom četvrtom vrhu pravokutnika. Dobivamo Sliku 4.

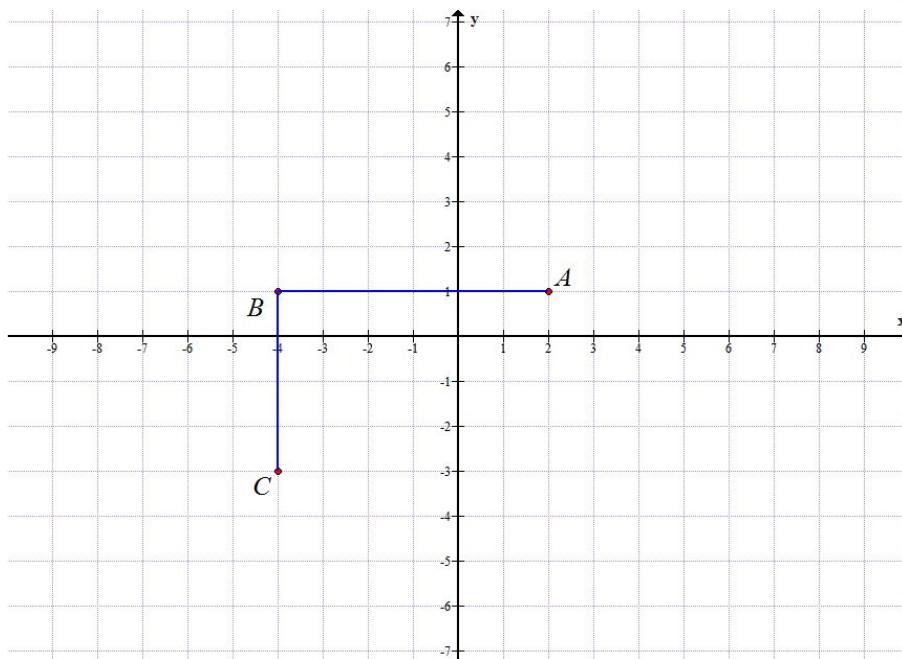
Sa Slike 4. laganoочитамо:  $D = (2, –3)$  и то је трајени четврти врх правокутника.

2.)  $y = 1$  или  $y - 1 = 0$ . Iz Slike 3. ili Slike 4. видимо да је првак кроз точке A i B usporedan с оси apscisa (оси x). Стога он има једнаджбу облика  $y = a$ . Реалан број  $a$  „очитамо“ као другу координату точке A или точке B. Очito je  $a = 1$ , па je трајени првак  $p \dots y = 1$  или  $p \dots y - 1 = 0$ .

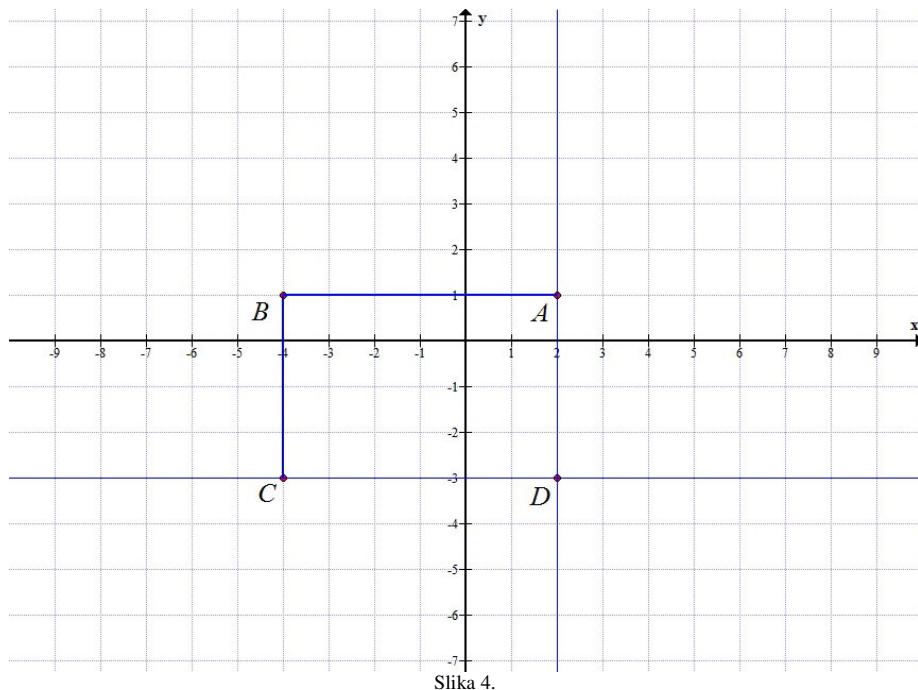


TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

**RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ  
MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)**



Slika 3.



Slika 4.



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

27.

- 1.)  $x \geq -\frac{1}{9}$  ili  $x \in \left[-\frac{1}{9}, +\infty\right)$ . Pomnožimo zadanu nejednadžbu sa 20 jer je 20 najmanji zajednički višekratnik brojeva 5 i 4. Imamo redom:

$$\begin{aligned}0.25 \cdot 20 - 4 \cdot (x+2) &\leq 5 \cdot (x-1) + 0.15 \cdot 20, \\5 - 4 \cdot x - 8 &\leq 5 \cdot x - 5 + 3, \\-4 \cdot x - 5 \cdot x &\leq -5 + 3 - 5 + 8, \\-9 \cdot x &\leq 1.\end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s  $(-9)$  uz promjenu znaka nejednakosti iz  $\leq$  u  $\geq$  dobivamo  $x \geq -\frac{1}{9}$ .

Dakle, skup svih rješenja zadane nejednadžbe jednak je skupu svih realnih brojeva koji nisu strogo manji od  $-\frac{1}{9}$ . Ti brojevi tvore poluzatvoreni interval  $x \in \left[-\frac{1}{9}, +\infty\right)$ .

- 2.) 90. Pomnožimo zadanu jednadžbu s 2. Dobijemo:

$$10^{x-89} = 10.$$

Budući da je  $10 = 10^1$ , zapišimo lijevu i desnu stranu jednadžbe kao potencije s bazom 10:

$$10^{x-89} = 10^1.$$

Izjednačavanjem eksponenata slijedi:

$$\begin{aligned}x-89 &= 1, \\x &= 89+1, \\x &= 90.\end{aligned}$$

- 3.) 3. U Zadatu 26.2. ustvrdili smo da pravac usporedan s osi ordinata ima jednadžbu oblika  $y = a$ . Stoga pravac kroz ishodište i točku A može biti jedino  $p \dots y = 2 \cdot x$ . Druga koordinata točke A jednaka je 3 jer od osi apscisa (osi x) do točke A moramo doći krećući se 3 jedinice duljine prema gore (i određeni broj jedinica duljine udesno, ali taj broj ne možemo precizno očitati sa slike). Stoga pravac koji prolazi točkom A usporedno s osi apscisa (osi x) ima jednadžbu  $y = 3$ . Taj pravac je grafički prikaz druge jednadžbe zadanoga sustava. Stoga mora biti  $p = 3$ .

28. 1.) 855; 70. Za 4 sata svojega rada vodoinstalater je naplatio točno  $4 \cdot 105 = 420$  kn. Stoga je za svoj dolazak i rad vodoinstalater naplatio ukupno  $50 + 520 = 470$  kn. Ostatak naplaćenoga iznosa otpada na cijenu utrošenoga materijala. Ta je cijena jednaka:



TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU  
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE  
ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

## RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI – rujan 2014. (osnovna razina)

$$1325.7 - 470 = 855.7 \text{ kn.}$$

Dakle, cijena utrošenoga materijala je  $855.7 \text{ kn} = 855 \text{ kn}$  i 70 lp.

2.) 4. Površina poda kupaonice jednaka je  $P_{\text{pod}} = 260 \cdot 200 = 52000 \text{ cm}^2$ , a površina jedne pločice  $P_{\text{pločica}} = 25 \cdot 50 = 1250 \text{ cm}^2$ . Stoga je za popločavanje poda kupaonice potrebno teorijski ukupno  $n = \frac{P_{\text{pod}}}{P_{\text{pločica}}} = \frac{52000}{1250} = 41.6$  pločica. Zbog loma pločica, ovaj broj treba uvećati za 10%:

$$n_1 = 41.6 + \frac{10}{100} \cdot 41.6 = 41.6 + \frac{1}{10} \cdot 41.6 = 41.6 + 4.16 = 45.76.$$

Budući da ukupan broj pločica nužno mora biti prirodan broj, broj  $n_1$  zaokružujemo naviše (jer zaokruživanje naniže daje nedostatan broj pločica), pa dobivamo  $n_2 = 46$ . U jednoj kutiji ima točno 14 pločica, pa za popločavanje teorijski treba ukupno  $k = \frac{46}{14} = 3.28571$  kutija. Budući da i broj kupljenih kutija mora biti prirodan broj, dobivenu vrijednost  $k$  zaokružujemo naviše, pa slijedi da vlasnik mora kupiti ukupno 4 kutije pločica.

Napomena: Ako su  $P_{\text{pod}}$  površina poda,  $P_{\text{pločica}}$  površina jedne pločice,  $p$  postotak koji otpada na lom pločica i  $k$  broj pločica u jednoj kutiji, onda se rješenje zadatka može izravno izračunati koristeći izraz

$$n = \left\lceil \frac{100+p}{100 \cdot k} \cdot \left\lfloor \frac{P_{\text{pod}}}{P_{\text{pločica}}} \right\rfloor \right\rceil,$$

pri čemu je s  $\lfloor \rfloor$  označena funkcija *pod* (engleski: *ceil*) koja svakom realnom broju  $x$  pridružuje najmanji cijeli broj jednak ili veći od  $x$ . (Npr.  $\lfloor 1 \rfloor = 1$ ,  $\lfloor 3.14 \rfloor = 4$ ,  $\lfloor -3.14 \rfloor = -3$  itd.) Uvrstimo li u ovaj izraz  $P_{\text{pod}} = 52000$ ,  $P_{\text{pločica}} = 1250$ ,  $p = 10$  i  $k = 14$ , dobit ćemo:

$$n = \left\lceil \frac{100+10}{100 \cdot 14} \cdot \left\lfloor \frac{52000}{1250} \right\rfloor \right\rceil = \left\lceil \frac{110}{1400} \cdot \lfloor 41.6 \rfloor \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{140} \cdot 42 \right\rceil = \left\lceil \frac{462}{140} \right\rceil = \lfloor 3.3 \rfloor = 4.$$