TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU
POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U PROSINCU 2011. – OSNOVNA RAZINA

I. ZADATCI VIŠESTRUKOGA IZBORA

1. **C.** Skup svih realnih brojeva strogo većih od –2 je otvoreni interval $\langle -2, +\infty \rangle$. Prvi od ponuđenih četiriju skupova je skup svih realnih brojeva strogo manjih od –2, drugi skup svih realnih brojeva ne većih od –2, a četvrti skup svih realnih brojeva ne manjih od –1. (*Napomena*: „biti ne manji od“ znači „biti jednak ili veći od“. Analogno, „biti ne veći od“ znači „biti jednak ili manji od“.)

2. **C.** Imamo redom:

$$\frac{16}{100} \cdot 16 = \frac{16 \cdot 16}{100} = \frac{256}{100} = 2.56 .$$

3. **C.** Budući da 1 dekagram jednak 10 grama, slijedi da je 1 gram jednak $\frac{1}{10}$ dekagrama. Stoga zaključujemo da je $\frac{1}{10}$ dekagrama jednaka 0.035274 unca, odnosno da je 1 unca jednaka $\frac{\frac{1}{10}}{0.035274} = \frac{100000}{35274} = \frac{50000}{17637}$ dekagrama. Dakle, 9 unca jednako je $9 \cdot \frac{50000}{17637} = \frac{450000}{17637} \approx 25.51$ dag.

4. **C.** Broj π zaokružuje se na dvije decimale tako da se znamenka ispred decimalne točke (3) i znamenka desetinki (1) prepišu, a znamenka stotinki poveća za 1 ako znamenka tisućinki pripada skupu $\{5, 6, 7, 8, 9\}$, odnosno prepiše ako znamenka tisućinki pripada skupu $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Stoga je $\pi \approx 3.14$. Općenito, zaokruživanje na n decimala radi se tako da se sve znamenke ispred decimalne točke i prvih n –1 znamenki iza decimalne točke prepišu, a n–ta znamenka poveća za 1 ako je n+1–va znamenka element skupa $\{5, 6, 7, 8, 9\}$, odnosno prepiše ako je n+1–va znamenka element skupa $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Dakle, kod zaokruživanja na tri decimale dobijemo $\pi \approx 3.142$, kod zaokruživanja na četiri decimale $\pi \approx 3.1416$, a kod zaokruživanja na pet decimala $\pi \approx 3.14159$.

5. **A.** Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&3 \cdot \frac{9^a}{27} = \frac{3}{27} \cdot 9^a = \frac{1}{9} \cdot 9^a = \frac{9^a}{9^1} = 9^{a-1}, \\
&9^{a-1} = \frac{1}{9}, \\
&9^{a-1} = 9^{-1}, \\
&a - 1 = -1, \\
&a = 0.
\end{aligned}$$

6. **B.** Neka je x manji od tih dvaju brojeva. Tada je veći broj jednak $3 \cdot x$. Iz podatka da zbroj tih dvaju brojeva iznosi 168 dobivamo jednadžbu:

$$x + 3 \cdot x = 168,$$

odnosno

$$4 \cdot x = 168.$$

Dijeljenjem ove jednadžbe s dobiva se $x = 42$. Dakle, manji broj je 42, a veći $3 \cdot 42 = 126$. Razlika većega i manjega broja jednaka je $126 - 42 = 84$.

7. **C.** Prije tri godine Lucija je imala $17 - 3 = 14$ godina, pa je tada Tamara imala $25 - 14 = 11$ godina. Danas Tamara ima $11 + 3 = 14$ godina, pa će imati 18 godina za $18 - 14 = 4$ godine.

8. **A.** Neka je $a = 6$ cm duljina jedne katete, a b duljina druge katete. Iz

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

slijedi

$$2 \cdot P = a \cdot b \quad / : a$$
$$b = \frac{2 \cdot P}{a}$$
$$b = \frac{2 \cdot 12}{6} = 4 \text{ cm}$$

Primjenom Pitagorina poučka dobijemo traženu duljinu hipotenuze:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{13} = 2 \cdot \sqrt{13} \approx 7.21 \text{ cm}.$$

9. **A.** Svi ponuđeni odgovori iskazani su u dm^3, pa površinu osnovke uspravne prizme najprije iskažimo u dm^2. Koristeći jednakost

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm},$$

iz koje dijeljenjem lijeve i desne strane s 10 slijedi

$$1 \text{ cm} = 0.1 \text{ dm},$$

dobijemo

$$500 \text{ cm}^2 = 500 \cdot (0.1 \text{ dm})^2 = 500 \cdot 0.01 = 5 \text{ dm}^2.$$

Tako je traženi obujam jednak umnošku površine osnovke i duljine visine prizme, tj.

$$V = B \cdot h = 5 \text{ dm}^2 \cdot 8 \text{ dm} = 40 \text{ dm}^3.$$

10. **B**. Primjenom formule za kvadrat razlike kvadriranjem lijeve strane prve jednakosti dobivamo:

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U PROSINCU 2011. – OSNOVNA RAZINA

$$(a-1)^2 + 2 \cdot a = a^2 - 2 \cdot a + 1 + 2 \cdot a = a^2 + 1,$$

a taj je izraz različit od izraza $a^2 - 1$ za svaki $a \in \mathbf{R}$. Nadalje, primjenom formule za razliku kvadrata lako se vidi da je lijeva strana treće jednakosti jednaka $a^2 - 1$, pa iz jednakosti

$$a^2 - 1 = 1 - a^2$$

dobijemo

$$\begin{aligned} 2 \cdot a^2 &= 2, \ /:2 \\ a^2 &= 1. \end{aligned}$$

Odatle je $a = -1$ ili $a = 1$, pa zaključujemo da treća jednakost nije točna za svaki $a \in \mathbf{R}$, nego samo za $a = -1$ i $a = 1$. Slično, primjenom formule za kvadrat zbroja dobivamo da je lijeva strana četvrte jednakosti jednaka $a^2 + 2 \cdot a + 1$, pa iz jednadžbe

$$a^2 + 2 \cdot a + 1 = 1 + a^2$$

slijedi

$$\begin{aligned} 2 \cdot a &= 0, \ /:2 \\ a &= 0. \end{aligned}$$

Dakle, ni četvrta jednakost nije istinita za svaki $a \in \mathbf{R}$, nego samo za $a = 0$. Napokon, također primjenom formule za kvadrat zbroja dobivamo da je lijeva strana druge jednakosti:

$$(a+1)^2 - 2 \cdot a = a^2 + 2 \cdot a + 1 - 2 \cdot a = a^2 + 1,$$

a to je upravo desna strana druge jednakosti. Stoga je ta jednakost istinita za svaki $a \in \mathbf{R}$.

11. **B**. Primjenom formule za razliku kvadrata imamo redom:

$$\left(\frac{x-5}{x+5} - \frac{x+5}{x-5}\right) : \frac{x}{x^2-25} = \left[\frac{(x-5)\cdot(x-5)-(x+5)\cdot(x+5)}{(x+5)\cdot(x-5)}\right] \cdot \frac{x^2-25}{x} =$$
$$= \left[\frac{(x-5)^2-(x+5)^2}{(x+5)\cdot(x-5)}\right] \cdot \frac{(x+5)\cdot(x-5)}{x} = \frac{\left[(x-5)-(x+5)\right]\cdot\left[(x-5)+(x+5)\right]\cdot(x+5)\cdot(x-5)}{(x-5)\cdot(x+5)\cdot x} =$$
$$= \frac{(x-5-x-5)\cdot(x-5+x+5)}{x} = \frac{(-10)\cdot 2\cdot x}{x} = -20$$

12. **B.** Uvrstimo prvu jednadžbu zadanoga sustava u njegovu drugu jednadžbu. Dobivamo redom:

$$\begin{aligned} \frac{y-1}{5} + 2 \cdot y + 9 &= 0 \quad / \cdot 5 \\ y - 1 + 10 \cdot y + 45 &= 0, \\ 11 \cdot y + 44 &= 0, \end{aligned}$$

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U PROSINCU 2011. – OSNOVNA RAZINA

$$11 \cdot y = -44.$$

Odatle dijeljenjem s 11 slijedi $y = -4$.

13. D. Najprije riješimo zadanu nejednadžbu. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\frac{11-x}{3}+\frac{x-3}{4}>2 \quad / \cdot 12\\
&4\cdot(11-x)+3\cdot(x-3)>24,\\
&44-4\cdot x+3\cdot x-9>24,\\
&-x>24-44+9,\\
&-x>-11 \quad / :(-1)\\
&x<11.
\end{aligned}$$

Dakle, skup svih rješenja polazne nejednadžbe je otvoreni interval $\langle -\infty, 11\rangle$. Budući da vrijede nejednakosti

$$\frac{66}{5}>\frac{65}{5}=13,\ \frac{55}{4}>\frac{52}{4}=13,\ \frac{33}{2}>\frac{32}{2}=16 \text{ i } \frac{22}{3}<\frac{24}{3}=8,$$

zaključujemo da su prva tri broja strogo veća od 11, pa ne pripadaju skupu rješenja polazne nejednadžbe. Stoga jedino broj $\frac{22}{3}$ pripada spomenutom skupu.

14. D. Označimo s x traženi broj planinara. Prema podatcima iz zadatka, ukupno $\frac{1}{3}\cdot x$ planinara otišlo je do izvora, $\frac{1}{4}\cdot x$ planinara igralo je društvenu igru, a $\frac{1}{6}\cdot x$ planinara bavilo se sportskim aktivnostima. Stoga je preostalo njih ukupno

$$x-\left(\frac{1}{3}\cdot x+\frac{1}{4}\cdot x+\frac{1}{6}\cdot x\right)=x-\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{4}\cdot x-\frac{1}{6}\cdot x=\frac{12\cdot x-4\cdot x-3\cdot x-2\cdot x}{12}=\frac{3\cdot x}{12}=\frac{1}{4}\cdot x\,.$$

Taj izraz treba biti jednak 12, pa dobivamo jednadžbu:

$$\frac{1}{4}\cdot x=12\,,$$

iz koje množenjem s 4 slijedi $x = 48$.

15. B. Koristeći jednakosti iz zadatka, te jednakost

1 kilometar = 1000 metara,

odnosno (nakon dijeljenja s 1000)

$$1 \text{ metar} = 0.001 \text{ kilometara},$$

dobivamo redom:

150 megaparseka = $150 \cdot 10^6$ parseka = $150 \cdot 10^6 \cdot 3.09 \cdot 10^{16}$ metara = $150 \cdot 10^6 \cdot 3.09 \cdot 10^{16} \cdot$ $\cdot\, 0.001$ km = $0.4635 \cdot 10^{22}$ km = $0.4635 \cdot 10 \cdot 10^{21}$ km = $4.635 \cdot 10^{21}$ km.

16. D. Iz zadanih podataka slijedi da su nultočke tražene funkcije $x_1 = -3$ i $x_2 = 2$, pa navedenu funkciju možemo zapisati u obliku:

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2),$$
$$f(x) = a \cdot (x + 3) \cdot (x - 2),$$
$$f(x) = a \cdot (x^2 + 3 \cdot x - 2 \cdot x - 6),$$
$$f(x) = a \cdot (x^2 + x - 6).$$

Iz podatka da graf tražene funkcije prolazi točkom B zaključujemo da vrijednost funkcije za $x = 0$ treba biti jednaka 3, pa uvrštavanjem $x = 0$ i $f(0) = 3$ u posljednju jednakost dobijemo:

$$3 = a \cdot (0^2 + 0 - 6),$$
$$(-6) \cdot a = 3.$$

Odatle nakon dijeljenja s (-6) slijedi $a = -0.5$. Dakle,

$$f(x) = (-0.5) \cdot (x^2 + x - 6) = -0.5 \cdot x^2 - 0.5 \cdot x + 3.$$

II. ZADATCI KRATKIH ODGOVORA

17. $a \cdot b - 1$. Iz zadane jednakosti množenjem s a dobijemo:

$$1 + x = a \cdot b,$$

a odatle je izravno

$$x = a \cdot b - 1.$$

18. 5.28. Na memorijskom ključiću ostalo je 34% slobodnoga prostora, što znači da je popunjeno ukupno 100% – 34% = 66% kapaciteta ključića. Stoga je tražena količina podataka jednaka

$$\frac{66}{100} \cdot 8 = \frac{66 \cdot 8}{100} = \frac{528}{100} = 5.28 \text{ GB}.$$

19. 5.426. Imamo redom:

$$M = \sqrt{1 + \frac{4^2}{\left(\frac{3}{4}\right)^2}} = \sqrt{1 + \frac{4^2}{\frac{3^2}{4^2}}} = \sqrt{1 + \frac{4^2 \cdot 4^2}{3^2}} = \sqrt{1 + \frac{4^4}{3^2}} = \sqrt{\frac{3^2 + 4^4}{3^2}} = \frac{\sqrt{3^2 + 4^4}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{9 + 256}}{3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{265}\,.$$

Pomoću kalkulatora dobijemo:

$$M \approx \frac{1}{3} \cdot 16.278820596 = 5.426273532 \approx 5.426$$

20. **10 kv. jed.** Površina zadanoga trokuta jednaka je polovici umnoška duljine stranice $\overline{AB}$ i duljine visine povučene iz vrha C na tu stranicu. Duljina stranice $\overline{AB}$ jednaka je udaljenosti između točaka A i B. Da bismo iz točke A došli u točku B, moramo se pomaknuti 5 puta udesno (usporedno s osi x), i to svaki put za jednu jedinicu mjerenja. Stoga je $|AB| = 5$. Da bismo iz vrha C došli do stranice $\overline{AB}$ moramo se pomaknuti 4 puta prema dolje (usporedno s osi y), i to svaki put za jednu jedinicu mjerenja. Stoga je $v_c = 4$. Tako konačno dobivamo:

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot v_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10 \text{ kv. jed.}$$

21. **220**. Imamo redom:

$$f(8) = \frac{5.94 \cdot 10^{5-0.25 \cdot 8}}{27} = \frac{5.94 \cdot 10^{5-2}}{27} = \frac{5.94 \cdot 10^{3}}{27} = \frac{5.94 \cdot 1000}{27} = \frac{5940}{27} = 220.$$

22. **0.8; 45**. **a)** U 2 kg mljevenoga mesa ima ukupno $\frac{40}{100} \cdot 2 = \frac{40 \cdot 2}{100} = \frac{80}{100} = 0.8$ kg svinjskoga mesa.

b) Neka je x tražena masa. Tada je masa smjese svinjetine i govedine $30 + x$ dag. Maseni udio svinjetine u toj smjesi jednak je $\frac{30}{30+x}$ i, prema uvjetu zadatka, treba iznositi $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$. Tako dobivamo jednadžbu:

$$\frac{30}{30+x} = \frac{2}{5}$$

koja je prema definiciji jednakosti dvaju razlomaka ekvivalentna jednadžbi

$$30 \cdot 5 = (30 + x) \cdot 2,$$

odnosno jednadžbi

$$150 = 60 + 2 \cdot x,$$

odnosno jednadžbi

$$2 \cdot x = 150 - 60,$$

odnosno jednadžbi

$$2 \cdot x = 90.$$

Dijeljenjem posljednje jednadžbe s 2 dobijemo $x = 45$.

23. 172; 25.7. a) U zadanu formulu uvrstimo $p = 26.3$. Dobivamo:

$$\begin{gathered} 3 \cdot v - 20 \cdot 26.3 + 10 = 0, \\ 3 \cdot v - 526 + 10 = 0, \\ 3 \cdot v - 516 = 0, \\ 3 \cdot v = 516. \end{gathered}$$

Odatle dijeljenjem s 3 slijedi $v = 172$.
b) U zadanu formulu uvrstimo $v = 168$. Dobivamo:

$$\begin{gathered} 3 \cdot 168 - 20 \cdot p + 10 = 0, \\ 504 - 20 \cdot p + 10 = 0, \\ 514 - 20 \cdot p = 0, \\ 20 \cdot p = 514. \end{gathered}$$

Odatle dijeljenjem s 20 slijedi $p = 25.7$.

24. 9:31, 7 sati i 9 minuta. Od 10:00 sati do 10:27 sati prošlo je ukupno 27 minuta. Stoga preostaje još 56 – 27 = 29 minuta između 09:00 i 10:00 sati. Dakle, drugi vlak je krenuo u 29 minuta do 10 sati, odnosno 60 – 29 = 31 minutu nakon 09:00 sati, tj. u 9 sati i 31 minutu, tj. u 9:31 sati.

Nadalje, između 21:39 sati i 4:39 sati prošlo je punih 7 sati (jednako kao i od 21:00 do 04:00 sati, a to je vrijeme lagano izračunati: puna 3 sata do 24:00 = 00:00 sati, te još 4 sata od 00:00 do 04:00 sati). Od 4:39 sati do 4:48 sati prošlo je 9 minuta. Stoga je traženo vrijeme vožnje trećega vlaka 7 sati i 9 minuta.

25. 1.) –2. Pomnožimo zadanu jednadžbu s 6. Dobivamo:

$$\begin{gathered} 2 \cdot (x - 1) + 24 \cdot x = 5 \cdot x - 2 - 42, \\ 2 \cdot x - 2 + 24 \cdot x = 5 \cdot x - 2 - 42, \\ 26 \cdot x - 5 \cdot x = - 42, \\ 21 \cdot x = -42. \end{gathered}$$

Odatle dijeljenjem s 21 slijedi $x = -2$.

2.) –1. Imamo redom:

$$\begin{gathered} 3 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 6 = 0, \quad /:3 \\ x^2 - x - 2 = 0, \end{gathered}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2,\ x_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1.$$

Budući da tražimo negativno rješenje, x_1 ne dolazi u obzir, pa preostaje $x = x_2 = -1$.

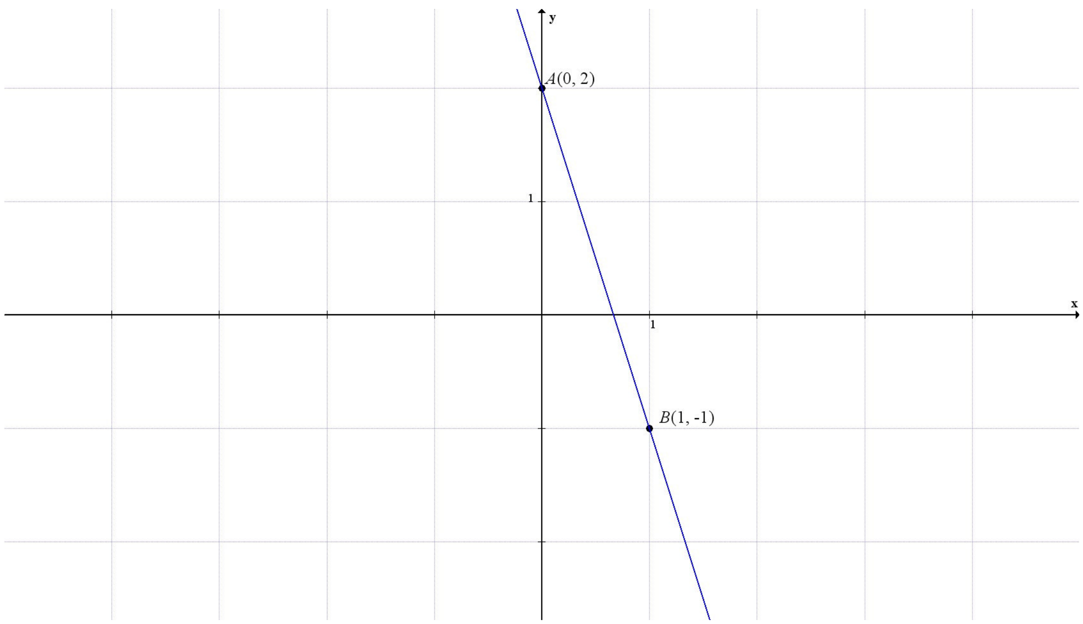
TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU

POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE

ELEKTROTEHNIČKI ODJEL

RJEŠENJA ZADATAKA IZ MATEMATIKE NA DRŽAVNOJ MATURI U PROSINCU 2011. – OSNOVNA RAZINA

26. 1.) Vidjeti Sliku 1. Bilo koji pravac određen je s bilo koje svoje dvije različite točke. Stoga uzmimo npr. $x = 0$, pa uvrštavanjem u jednadžbu pravca dobijemo $y = (-3) \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2$. Dakle, traženi pravac prolazi točkom $A(0, 2)$. Uzmemo li npr. $x = 1$, uvrštavanjem u jednadžbu pravca dobijemo $y = (-3) \cdot 1 + 2 = -3 + 2 = -1$, pa traženi pravac prolazi točkom $B(1, -1)$. Preostaje ucrtati točke A i B u priloženi koordinatni sustav, te ih spojiti jednim pravcem.



Slika 1.

2.) $y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$ **ili** $\boldsymbol{x - 2 \cdot y + 2 = 0}$ **ili** $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$**.** Koristimo formulu za (eksplicitnu) jednadžbu pravca ako su zadane dvije njegove međusobno različite točke. Imamo redom:

$$y - 0 = \frac{2-0}{2-(-2)} \cdot [x - (-2)],$$

$$y = \frac{2}{2+2} \cdot (x+2),$$

$$y = \frac{2}{4} \cdot (x+2),$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot (x+2),$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot x + 1.$$

Preostala dva oblika dobijemo iz navedenoga eksplicitnoga oblika na sljedeći način:

$$y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$$
$$-\frac{1}{2} \cdot x + y = 1$$
$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1 \Rightarrow \text{ segmentni oblik: } \frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$$
$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1 \quad / \cdot (-2)$$
$$x - 2 \cdot y = -2$$
$$x - 2 \cdot y + 2 = 0 \Rightarrow \text{ implicitni oblik: } x - 2 \cdot y + 2 = 0.$$

27. **1.) 7**. Iz grafa se vidi da je visina stupca iznad modaliteta 6 (na osi *x*) jednaka 7 jedinica mjerenja. To znači da je 7 učenika postiglo 6 bodova.

2.) 30. Traženi broj dobit ćemo tako da zbrojimo visine svih stupaca. Tako odmah slijedi:

$$N = 1 + 2 + 3 + 1 + 4 + 7 + 0 + 1 + 5 + 0 + 2 + 4 = 30.$$

3.) ≈ 6.77. Imamo ukupno 1 učenika s 1 bodom, 2 učenika s 2 boda, 3 učenika s 3 boda, 1 učenika s 4 boda, 4 učenika s 5 bodova, 7 učenika sa 6 bodova, 1 učenika s 8 bodova, 5 učenika s 9 bodova, 2 učenika s 11 bodova i 4 učenika s 12 bodova. Stoga je traženi prosjek bodova po jednom učeniku jednak

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 7 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 12}{30},$$
$$\bar{x} = \frac{1 + 4 + 9 + 4 + 20 + 42 + 8 + 45 + 22 + 48}{30} = \frac{203}{30} \approx 6.766667 \approx 6.77$$

28. **1.) 14.7 kn.** Cijena 5 pakiranja praška *A* iznosi 5 · 9.80 = 49 kn. Cijena jednoga pakiranja praška *B* iznosi 34.30 kn. Stoga je tražena ušteda jednaka 49 – 34.30 = 14.70 kn.

2.) 4; 0; 2. Neka su a broj pakiranja praška *A*, b broj pakiranja praška *B* i c broj pakiranja praška *C*. Iz podataka u zadatku zaključujemo da je ukupna masa praška *A* kojega ćemo kupiti $a \cdot 1 = a$ kg, ukupna masa praška *B* $b \cdot 5 = 5 \cdot b$ kg, a ukupna masa praška *C* $c \cdot 12 = 12 \cdot c$ kg. Zbroj svih triju masa mora biti jednak 28 kg, pa dobivamo jednadžbu:

$$a + 5 \cdot b + 12 \cdot c = 28.$$

Nadalje, cijena a kg praška *A* iznosi $a \cdot 9.80 = 9.80 \cdot a$ kn, cijena b kg praška *B* iznosi $b \cdot 34.30 = 34.30 \cdot b$ kn, a cijena c kg praška *C* iznosi $c \cdot 68.00 = 68.00 \cdot c$ kn. Stoga ukupna cijena svih kupljenih pakiranja iznosi:

$$c_{\text{ukupno}} = 9.80 \cdot a + 34.30 \cdot b + 68.00 \cdot c \text{ kn}.$$

Prema zahtjevu zadatka, možemo postaviti sljedeći matematički model:

$$\text{minimizirati } c_{\text{ukupno}} = 9.80 \cdot a + 34.30 \cdot b + 68.00 \cdot c$$

pod uvjetima

$$a + 5 \cdot b + 12 \cdot c = 28,$$
$$a, b, c \in \mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}.$$

Iz uvjeta $a + 5 \cdot b + 12 \cdot c = 28$ izrazimo npr. nepoznanicu a, pa dobijemo:

$$a = 28 - 5 \cdot b - 12 \cdot c.$$

Uvrstimo li taj izraz u izraz za c_{ukupno}, dobit ćemo:

$$c_{\text{ukupno}} = 9.80 \cdot (28 - 5 \cdot b - 12 \cdot c) + 34.30 \cdot b + 68.00 \cdot c,$$
$$c_{\text{ukupno}} = 274.4 - 49 \cdot b - 117.6 \cdot c + 34.30 \cdot b + 68.00 \cdot c,$$
$$c_{\text{ukupno}} = 274.4 - 14.7 \cdot b - 49.6 \cdot c.$$

Odatle slijedi da ćemo platiti najmanju cijenu ako uzmemo što je više moguće pakovanja praška C. Budući da vrijednost nepoznanice a mora biti ili prirodan broj ili nula, iz izraza

$$a = 28 - 5 \cdot b - 12 \cdot c$$

slijedi da možemo uzeti najviše 2 pakovanja praška C. Stoga je $c = 2$. Tako dobijemo novi matematički model:

$$\text{minimizirati } c_{\text{ukupno}} = 9.80 \cdot a + 34.30 \cdot b + 68.00 \cdot 2$$

pod uvjetima

$$a + 5 \cdot b + 12 \cdot 2 = 28,$$
$$a, b \in \mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

kojega možemo zapisati u obliku

$$\text{minimizirati } c_{\text{ukupno}} = 9.80 \cdot a + 34.30 \cdot b + 136$$

pod uvjetima

$$a + 5 \cdot b = 4,$$
$$a, b \in \mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}.$$

Iz navedenih uvjeta odmah proizlazi $b = 0$ jer je za $b > 0$ vrijednost nepoznanice a strogo negativan cijeli broj. Tako je napokon $a = 4$. Dakle, treba kupiti 4 pakovanja praška A i 2 pakovanja praška C, te ćemo za to platiti ukupno $4 \cdot 9.80 + 2 \cdot 68 = 39.20 + 136 = 175.20$ kn.

pripremio:
mr.sc. Bojan Kovačić, predavač