1. **C.** Primijetimo da vrijede sljedeće jednakosti:

$$\frac{31}{3} = 10.\dot{3} \approx 10.33,$$
$$\frac{5}{3} = 1.\dot{6} \approx 1.67,$$
$$\frac{49}{6} = 8.1\dot{6} \approx 8.17.$$

Brojevi 1.99 i $\frac{5}{3}$ su strogo manji od 2, pa ne pripadaju navedenom intervalu.

Broj 10.6 je strogo veći od $\frac{31}{3}$, pa ni on ne pripada navedenom intervalu.

Broj $\frac{49}{6}$ je veći od 2, ali strogo manji od $\frac{31}{3}$, pa on pripada navedenom intervalu.

2. **B.** Imamo redom:

$$\sqrt[3]{21} + \frac{1}{\sqrt{1.25}} \approx 2.758924 + \frac{1}{1.118034} \approx 3.653351.$$

Ovaj broj zaokružen na četiri decimale iznosi 3.6534.

3. **D.** Broj $\sqrt{3}$ nije racionalan broj, pa ni broj $\frac{\sqrt{3}}{2}$ nije racionalan broj. Svi ostali elementi zadanoga skupa mogu se zapisati u obliku razlomka, pa su oni racionalni brojevi. Stoga zadani skup sadrži točno četiri racionalna broja.

4. **D.** Imamo redom:

$$2 \cdot (2 \cdot x + y) - 3 \cdot (x - 1) = 4 \cdot x + 2 \cdot y - 3 \cdot x + 3 = x + 2 \cdot y + 3.$$

5. **B.** Imamo redom:

$$(x^2)^3 = x^{2 \cdot 3} = x^6,$$
$$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5,$$
$$x^9 : x^3 = x^{9-3} = x^6,$$
$$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6.$$

Stoga nije istinita druga jednakost.

6. **C.** Podijelimo masu Zemlje masom Mjeseca. Dobivamo:

$$\frac{m_Z}{m_M} = \frac{5.974 \cdot 10^{24}}{7.349 \cdot 10^{22}} = \frac{5.974}{7.349} \cdot 10^{24-22} \approx 0.8128997 \cdot 10^2 = 0.8128997 \cdot 100 = 81.28997 \approx 81.$$

Dakle, masa Zemlje je približno 81 put veća od mase Mjeseca.

7. **C.** Budući da jedna stopa ima 12 inča, zaključujemo da 7 inča tvori $\frac{7}{12}$ stope. Dakle, visina spomenika iznosi $15+\frac{7}{12}=\frac{15\cdot 12+7}{12}=\frac{187}{12}$ stopa, odnosno, preračunata u metre, $\frac{187}{12}\cdot 0.3048=4.7498$ metara.

8. **C.** Izračunajmo najprije polumjer zadanoga kruga. Označimo taj polumjer s *r*. Opseg kruga računamo prema formuli $O=2\cdot r\cdot\pi$. Tako dobivamo jednadžbu:

$$2\cdot r\cdot\pi=8\cdot\pi.$$

Riješimo tu jednadžbu uobičajenim postupkom:

$$\begin{aligned}&2\cdot r\cdot\pi=8\cdot\pi, \quad /:(2\cdot\pi)\\&r=4.\end{aligned}$$

Dakle, polumjer zadanoga kruga je $r = 4$ cm. Stoga je tražena površina kruga jednaka:

$$P=r^2\cdot\pi=4^2\cdot\pi=16\cdot\pi\ \text{cm}^2.$$

9. **A.** Zadani interval je skup svih realnih brojeva koji su jednaki ili veći od $\frac{5}{2}$. Za svaki od tih realnih brojeva, dakle, vrijedi nejednakost $x\geq\frac{5}{2}$. Tu nejednakost transformiramo na sljedeći način:

$$\begin{aligned}&x\geq\frac{5}{2} \quad /\cdot 2\\&2\cdot x\geq 5,\\&2\cdot x-5\geq 0.\end{aligned}$$

Dakle, zadani interval predstavlja skup svih rješenja prve nejednadžbe.

10. **D**. Imamo redom:

$$\begin{aligned}&F\cdot t=m\cdot v_2-m\cdot v_1,\\&m\cdot v_1=m\cdot v_2-F\cdot t, \quad /:m\\&v_1=\frac{m\cdot v_2-F\cdot t}{m}=\frac{m\cdot v_2}{m}-\frac{F\cdot t}{m}=v_2-\frac{F\cdot t}{m}.\end{aligned}$$

11. **A.** Primijetimo da je traženi graf parabola jer je *f* zapravo kvadratna funkcija. Koeficijent uz član x^2 jednak je 2, pa je riječ o paraboli oblika $\cup$. Preostaje odrediti sjecišta te parabole s osi apscisa (osi *x*). Izjednačimo svaku zagradu u pravilu funkcije *f* s nulom. Dobijemo:

$$\begin{aligned}&x-1=0, \quad x+2=0,\\&x=1. \qquad x=-2.\end{aligned}$$

Dakle, parabola prolazi točkama (1, 0) i (–2, 0). Njezin je graf prikazan na slici **A**.

12. B. Vrijeme od t minuta izražavamo u satima tako da t podijelimo sa 60. Stoga je tražena duljina puta jednaka

$$s = 21.3 \cdot \frac{40}{60} + 18.2 \cdot \frac{1}{2} + 8.5 \cdot \frac{20}{60} = 26.133333 \approx 26.13 \text{ km}.$$

13. C. Traženu površinu dobit ćemo tako da od ukupne površine zida (iskazane u četvornim metrima) oduzmemo ukupnu površinu svih plakata (također iskazanu u četvornim metrima). Pritom se prisjetimo da duljinu iskazanu u cm pretvaramo u duljinu iskazanu u metrima tako da mjerni broj duljine podijelimo sa 100. Stoga redom dobivamo:

$$P = 6 \cdot 3 - \left(5 \cdot \frac{25}{100} \cdot \frac{60}{100} + 4 \cdot \frac{120}{100} \cdot \frac{80}{100}\right) = 18 - (0.75 + 3.84) = 18 - 4.59 = 13.41 \text{ m}^2.$$

14. B. Traženi pravac je usporedan s pravcem $y = \frac{2}{3} \cdot x - 5$, pa je i njegov koeficijent smjera jednak $\frac{2}{3}$. Dakle, jednadžba toga pravca ima oblik $y = \frac{2}{3} \cdot x + l$. Nepoznatu vrijednost l odredit ćemo tako da u jednadžbu pravca uvrstimo $x = 2$ i $y = -1$ (jer pravac mora prolaziti točkom $(2, -1)$). Imamo redom:

$$-1 = \frac{2}{3} \cdot 2 + l,$$
$$-1 = \frac{4}{3} + l,$$
$$l = -1 - \frac{4}{3} = \frac{-1 \cdot 3 - 4}{4} = \frac{-3 - 4}{4} = -\frac{7}{4}.$$

Stoga jednadžba traženoga pravca zapisana u eksplicitnom obliku glasi $y = \frac{2}{3} \cdot x - \frac{7}{3}$. Transformirajmo tu jednadžbu tako da dobijemo implicitni oblik:

$$y = \frac{2}{3} \cdot x - \frac{7}{3} \quad / \cdot 3$$
$$3 \cdot y = 2 \cdot x - 7,$$
$$2 \cdot x - 3 \cdot y - 7 = 0.$$

15. C. Primijetimo da vrijede stroge nejednakosti $\frac{3}{4} < 1$ i $\frac{5}{7} < 1$. Stoga zaključujemo da vrijedi nejednakost $a < b < c$. (Broj c množimo s brojem manjim od 1, pa dobivamo broj b strogo manji od broja c. Analogno, broj b množimo s brojem manjim od 1, pa dobivamo broj a strogo manji od broja b.) Dakle, najmanji od brojeva a, b i c je broj a, a najveći broj c. Izrazimo broj c pomoću broja a:

$$a = \frac{3}{4} \cdot b = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{7} \cdot c\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \cdot c = \frac{15}{28} \cdot c \quad / \cdot \frac{28}{15}$$
$$c = \frac{28}{15} \cdot a.$$

Prema uvjetu zadatka, razlika najvećega i najmanjega broja mora biti jednaka 31.2. Stoga redom dobivamo:

$$\begin{aligned}
&c-a=31.2,\\
&\frac{28}{15}\cdot a-a=31.2 \quad /\cdot 15\\
&28\cdot a-15\cdot a=468,\\
&13\cdot a=468.
\end{aligned}$$

Odavde dijeljenjem s 13 dobivamo $a=36$.

16. A. Koristeći formulu za razliku kvadrata dobivamo redom:

$$\frac{x^2-y^2}{x-y}\cdot(x+y)=\frac{(x-y)\cdot(x+y)}{x-y}\cdot(x+y)=(x+y)\cdot(x+y)=(x+y)^2.$$

Dobiveni rezultat „pročitamo“ kao kvadrat zbroja brojeva x i y.

17. 58.5. Imamo redom:

$$\frac{6.5}{100}\cdot 900=6.5\cdot 9=58.5.$$

18. 9. Zadani izraz izjednačimo s –7.54, pa riješimo tako dobivenu jednadžbu. Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&-7.14-0.05\cdot(x-1)=-7.54,\\
&-0.05\cdot(x-1)=-7.54+7.14,\\
&-0.05\cdot(x-1)=-0.4, \quad /:(-0.05).\\
&x-1=8,\\
&x=8+1=9.
\end{aligned}$$

19. $\frac{15-\sqrt{201}}{2}$**.** Imamo redom:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{3}\cdot x^2-5\cdot x+2=0, \quad /\cdot 3,\\
&x^2-15\cdot x+6=0, \quad /\cdot 3,\\
&x_{1,2}=\frac{15\pm\sqrt{(-15)^2-4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1}=\frac{15\pm\sqrt{225-24}}{2}=\frac{15\pm\sqrt{201}}{2},\\
&x_1=\frac{15+\sqrt{201}}{2},\ x_2=\frac{15-\sqrt{201}}{2}.
\end{aligned}$$

Manje od dvaju dobivenih rješenja je $x_2=\frac{15-\sqrt{201}}{2}$.

20. $x>\frac{3}{11}$ ili $x\in\left\langle\frac{3}{11},+\infty\right\rangle$. Pomnožimo zadanu nejednadžbu sa 6. Dobivamo:

$$\frac{4-7\cdot x}{3}<1-\frac{3\cdot x+1}{6} \quad /\cdot 6$$
$$2\cdot(4-7\cdot x)<6-(3\cdot x+1),$$
$$8-14\cdot x<6-3\cdot x-1,$$
$$-14\cdot x+3\cdot x<6-1-8,$$
$$-11\cdot x<-3, \quad /:(-11)$$
$$x>\frac{3}{11}.$$

Dakle, rješenja zadane nejednadžbe su svi realni brojevi strogo veći od $\frac{3}{11}$. Oni tvore otvoreni interval $\left\langle \frac{3}{11},+\infty \right\rangle$.

21. $\frac{a-1}{a}$**.** Koristeći formulu za razliku kvadrata dobivamo redom:

$$\frac{a}{a+1}-\frac{1}{a\cdot(a+1)}=\frac{a\cdot a-1}{a\cdot(a+1)}=\frac{a^2-1}{a\cdot(a+1)}=\frac{(a-1)\cdot(a+1)}{a\cdot(a+1)}=\frac{a-1}{a}.$$

22. 1.) –1. Pomnožimo prvu jednadžbu s 10. Dobivamo:

$$2\cdot x+5=6\cdot y.$$

Tu jednakost uvrstimo u drugu jednadžbu, pa slijedi:

$$3\cdot x+(2\cdot x+5)=0,$$
$$3\cdot x+2\cdot x+5=0,$$
$$5\cdot x=-5.$$

Odatle dijeljenjem s 5 slijedi $x=-1$.

2.) $\frac{5}{2}$ **.** Imamo redom:

$$0.2\cdot 10^{4\cdot x-7}=200, \quad /:0.2$$
$$10^{4\cdot x-7}=1000,$$
$$10^{4\cdot x-7}=10^3,$$
$$4\cdot x-7=3,$$
$$4\cdot x=3+7,$$
$$4\cdot x=10.$$

Odatle dijeljenjem s 4 slijedi $x=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$.

23. 1.) 6; 0. Sjecište grafa zadane funkcije s osi apscisa (osi x) dobivamo tako da pravilo za-

dane funkcije izjednačimo s nulom, odnosno riješimo jednadžbu $f(x) = 0$. Imamo redom:

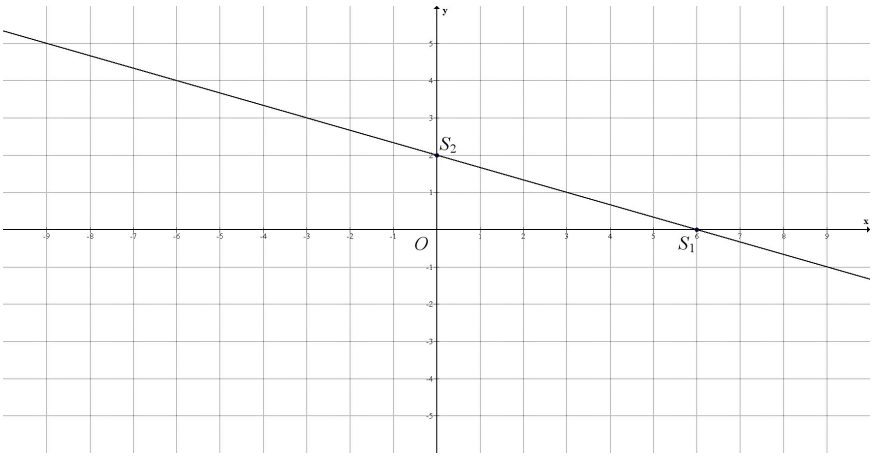
$$-\frac{1}{3}\cdot x+2=0, \quad /\cdot 3$$
$$-x+6=0,$$
$$-x=-6.$$

Odatle dijeljenjem s (–1) slijedi $x = 6$. Dakle, traženo sjecište je točka $S = (6, 0)$. (Druga koordinata bilo koje točke na osi apscisa uvijek je jednaka nuli.)

2.) **Vidjeti Sliku 1.** Primijetimo da je zadana funkcija linearna funkcija. To znači da je njezin graf pravac. Da bismo nacrtali bilo koji pravac, dovoljno je zadati bilo koje dvije njegove različite točke. Jednu točku već imamo iz **1.**): to je točka (6, 0). Drugu točku možemo odrediti tako da u pravilo funkcije uvrstimo npr. $x = 0$:

$$f(0)=-\frac{1}{3}\cdot 0+2=0+2=2.$$

Dakle, traženi graf prolazi točkama $S_1 = (6, 0)$ i $S_1 = (0, 2)$. Ucrtamo te točke u pravokutni koordinatni sustav u ravnini, pa ih spojimo jednim pravcem. Dobivamo Sliku 1.



Slika 1.

24. 1.) 5197.5. Traženi dohodak dobit ćemo tako da zbrojimo sva četiri dohotka i rezultat podijelimo s 4:

$$\overline{d}=\frac{5370+4982+5010+5428}{4}=5197.5 \text{ kn}.$$

2.) ≈ 8.34. Traženi postotak jednak je:

$$p=\frac{5428-5010}{5010}\cdot 100=\frac{418}{5010}\cdot 100=8.343313\approx 8.34\%.$$

25. 1.) ≈3. Od 2010. godine do 2026. godine protekne ukupno 16 godina. Stoga je traženi procijenjeni broj molekula jednak $M(16)$. Izračunamo $M(16)$:

$$M(16)=0.01\cdot 16^2-0.24\cdot 16+4.31=2.56-3.84+4.31=3.03.\approx 3.$$

2.) 2022. Odredimo najprije za koju vrijednost varijable t funkcija $M(t)$ ima najmanju vrijednost. Funkcija $M(t)$ je kvadratna funkcija čiji je vodeći koeficijent 0.01 strogo pozitivan realan broj. Stoga ona doista poprima najmanju vrijednost, i to za

$$t = \frac{0.24}{2 \cdot 0.01} = \frac{0.24}{0.02} = 12.$$

Dakle, najmanji broj molekula ugljikova monoksida bit će nakon $t = 12$ godina računajući od 2010. godine, tj. 2010 + 12 = 2022. godine.

26. 1.) 1280. Oplošje piramide jednako je zbroju površine kvadrata čija je stranica duga 20 dm i zbroju površine četiriju jednakokračnih trokutova kojima je osnovica duga 20 dm, a visina na osnovicu 22 dm. Stoga je

$$O = 20^2 + 4 \cdot \frac{20 \cdot 22}{2} = 400 + 880 = 1280 \text{ dm}^2.$$

2.) $\frac{3200}{3} \cdot \sqrt{6}$**.** Izračunajmo najprije duljinu visine piramide. Uočimo pravokutan trokut kojemu je jedna kateta jednaka visini piramide, druga kateta jednaka polovici osnovice piramide, a hipotenuza visina pobočke piramide. Dakle, duljina jedne katete je $\frac{20}{2} = 10$ dm, duljina hipotenuze 22 dm, pa je, prema Pitagorinu poučku, duljina preostale katete, odnosno duljina visine piramide, jednaka

$$h = \sqrt{v^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{22^2 - 10^2} = \sqrt{484 - 100} = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{6} = 8 \cdot \sqrt{6} \text{ dm}.$$

Stoga je traženi obujam piramide jednak

$$V = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{a^2 \cdot h}{3} = \frac{20^2 \cdot 8 \cdot \sqrt{6}}{3} = \frac{400 \cdot 8 \cdot \sqrt{6}}{3} = \frac{3200 \cdot \sqrt{6}}{3} \text{ dm}^3.$$

27. 1.) 8; 20; 55. Svako upozorenje završilo je nakon 5 · 20 = 100 sekundi. Budući da jedna minuta ima 60 sekundi, ukupno trajanje svakoga upozorenja je 1 minuta i 40 sekundi. Dakle, prvo upozorenje završilo je u

8 sati 12 minuta 35 sekundi + 1 minuta 40 sekundi = 8 sati 13 minuta 75 sekundi = 8 sati (13 + 1) minuta (75 – 60) sekundi = 8 sati 14 minuta 15 sekundi.

Potom je uslijedila stanka od 5 minuta. Ona je završila u 8 sati (14 + 5) minuta 15 sekundi = 8 sati 19 minuta 15 sekundi.

Potom je započelo ponovljeno upozorenje i trajalo sljedećih 100 sekundi. Ono je završilo u 8 sati (19 + 1) minuta (15 + 40) sekundi = 8 sati 20 minuta 55 sekundi.

2.) Zavijajući ton (Z). Znamo da je ponovljeno upozorenje trajalo od 8 sati 19 minuta i 15 sekundi do 8 sati 20 minuta i 55 sekundi. Prvih 20 sekundi čuo se jednoličan ton (J). On je završio u 8 sati 19 minuta (15 + 20) sekundi = 8 sati 19 minuta 35 sekundi. Potom se čuo zavijajući ton (Z). On je počeo u 8 sati 19 minuta i 35 sekundi, trajao 20 sekundi i

završio u 8 sati 19 minuta (35 + 20) sekundi = 8 sati 19 minuta i 55 sekundi. Dakle, u 8 sati 19 minuta i 48 sekundi bio je zavijajući ton.

28. 1.) 31. Za prijevoz taksijem A na udaljenost od 7 km plaćamo 10.00 kn startnine i 7 · 3.00 = 21.00 kn vožnje, odnosno ukupno 10.00 + 21.00 = 31.00 kn.

2.) 6. Neka je d tražena udaljenost. Za prijevoz taksijem B na udaljenost od d km plaćamo 5.00 kn startnine i $d \cdot 4.00$ kn vožnje, odnosno ukupno $5.00 + d \cdot 4.00$ kn. Za prijevoz taksijem C na istu udaljenost plaćamo 20.00 kn startnine i $d \cdot 1.50$ kn vožnje, odnosno ukupno $20.00 + d \cdot 1.50$ kn. Prema zahtjevu zadatka, ta dva iznosa moraju biti jednaka. Stoga dobivamo jednadžbu:

$$5.00 + d \cdot 4.00 = 20.00 + d \cdot 1.50 .$$

Riješimo tu jednadžbu uobičajenim postupkom:

$$\begin{aligned} &5.00 + d \cdot 4.00 = 20.00 + d \cdot 1.50, \\ &d \cdot 4.00 - d \cdot 1.50 = 20.00 - 5.00, \\ &d \cdot 2.50 = 15.00. \end{aligned}$$

Odatle dijeljenjem s 2.50 slijedi $d = 6$. Dakle, tražena udaljenost iznosi 6 km.

3.) $y = 5 + 4 \cdot x$ ili $y = 4 \cdot x + 5$. Iz postupka rješenja podzadatka **2.)** izravno slijedi da je tražena formula $y = 5 + 4 \cdot x$. (Slovo d u izrazu $5.00 + d \cdot 4.00$ iz rješenja podzadatka **2.)** treba zamijeniti slovom x, dok brojeve 5.00 i 4.00 treba uobičajeno zapisati kao prirodne brojeve 5, odnosno 4.)

pripremio:
mr.sc. Bojan Kovačić, viši predavač