 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSIS Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za grupne konzultacije 8.1.2019.
---	---	--

1. Funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable X definirana je pravilom:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a-x}{2}, & \text{za } x \in [-1, 1], \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

- Odredite vrijednost realnoga parametra a .
- Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju varijable X .
- Odredite pravilo funkcije razdiobe vjerojatnosti varijable X . Potom na istoj slici nacrtajte grafove funkcije gustoće i funkcije razdiobe vjerojatnosti.
- Izračunajte $P(0 < X < 2)$.

Rezultati: a) $a = 1$; b) $E(X) = \frac{1}{3}$, $\sigma(X) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}$; c) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x < -1, \\ \frac{1}{4} \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot x + \frac{3}{4}, & \text{za } x \in [-1, 1], \\ 1, & \text{za } x > 1. \end{cases}$ d) $P(0 < X < 2) = \frac{1}{4}$.

2. Funkcija gustoće neprekidne slučajne varijable Y definirana je pravilom:


$$f(y) = \begin{cases} a \cdot e^{-y}, & \text{za } y \geq 1, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

- Odredite vrijednost realnoga parametra a .
- Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju varijable Y .
- Odredite pravilo funkcije razdiobe vjerojatnosti varijable Y . Potom na istoj slici nacrtajte grafove funkcije gustoće i funkcije razdiobe vjerojatnosti.
- Izračunajte $P(2 \leq Y < 3)$.

Rezultati: a) $a = 1$; b) $E(Y) = 2$, $\sigma(Y) = 1$; c) $F(y) = \begin{cases} 1 - e^{-y}, & \text{za } y \geq 1, \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$ d) $P(2 \leq Y < 3) = \frac{e-1}{e^2}$.

3. Martina i Andrijana svakoga radnoga dana zajedno dolaze na nastavu, a sastaju se na Trgu kralja Tomislava. Martina uvijek dolazi prva i čeka Andrijanu između 10 i 15 minuta. Trenutak Andrijanina dolaska u tom vremenskom intervalu je slučajan. Neka je M jednolika slučajna varijabla koja označava trajanje Martinina čekanja.

- Odredite funkciju gustoće varijable M .
- Izračunajte očekivano trajanje Martinina čekanja i pripadnu standardnu devijaciju.
- Odredite pravilo funkcije razdiobe vjerojatnosti varijable M .
- Izračunajte vjerojatnost da će Martina čekati više od 12, ali manje od 14 minuta.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za grupne konzultacije 8.1.2019.
---	---	--

Rezultati: a) $M \sim U(10,15)$, pa je $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & \text{za } x \in [10,15], \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$ b) $E(M) = \frac{25}{2}$, $\sigma(M) = \frac{5}{6} \cdot \sqrt{3}$,

c) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x < 10, \\ \frac{1}{5} \cdot x - 2, & \text{za } x \in [10,15], \\ 1, & \text{za } x > 15. \end{cases}$ d) $P(12 < M < 14) = \frac{2}{5}$.

4. Slavica svakoga radnoga dana putuje taksijem na posao. Utvrdila je da vrijeme čekanja od trenutka poziva do trenutka dolaska taksija iznosi najmanje jednu minutu, a najviše pet minuta. Neka je S slučajna varijabla koja označava Slavičino dnevno vrijeme čekanja.

- Odredite funkciju gustoće varijable S .
- Izračunajte očekivano vrijeme Slavičina čekanja i pripadnu standardnu devijaciju.
- Odredite pravilo funkcije razdiobe vjerojatnosti varijable S .
- Izračunajte vjerojatnost da će Slavica čekati taksi najviše tri minute.

Rezultati: a) $S \sim U(1,5)$, pa je $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{za } x \in [1,5], \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$; b) $E(S) = 3$, $\sigma(S) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}$;


c) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x < 1, \\ \frac{1}{4} \cdot x - \frac{1}{4}, & \text{za } x \in [1,5], \\ 1, & \text{za } x > 5. \end{cases}$ d) $P(S \leq 3) = \frac{1}{2}$.

5. Na pisac Veleučilišta u Svrzigaćama u prosjeku se upute tri zahtjeva za ispis u jednom satu. Pretpostavimo da je trenutak upućivanja zahtjeva za ispis slučajan. Neka je X eksponencijalna slučajna varijabla koja označava vrijeme (u satima) između dvaju uzastopnih zahtjeva za ispis. Odredite:

- očekivano vrijeme proteklo između dva uzastopna zahtjeva za ispis;
- vjerojatnost da će između dva uzastopna zahtjeva za ispis proći najviše 5 minuta;
- koliko najmanje, počevši od trenutka upućivanja prvoga zahtjeva, trebamo čekati na drugi zahtjev tako da vjerojatnost upućivanja drugoga zahtjeva u tom vremenu bude barem 90%.

Rezultati: $X \sim Exp(3)$. a) $E(X) = 20$ minuta; b) $p = 1 - e^{-\frac{1}{4}} \approx 0.2212$; c) $t_{\min} = \frac{1}{3} \cdot \ln 10 \approx 46$ minuta.

6. Prosječan minutni broj posjetâ internetskoj stranici *Podnevnoga lista* jednak je 2. Pretpostavimo da je trenutak posjete stranici slučajan. Neka je Y eksponencijalna

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za grupne konzultacije 8.1.2019.
---	---	--

slučajna varijabla koja označava vrijeme (u minutama) između dviju uzastopnih posjeta. Odredite:

- a) očekivano trajanje vremena između dvije uzastopne posjete;
- b) vjerojatnost da će između dvije uzastopne posjete proći najmanje 40 sekundi;
- c) vjerojatnost da će između dvije uzastopne posjete proći najmanje 1 minuta i 40 sekundi ako u prvoj minuti mjerenja (računajući od trenutka prve od tih dviju posjeta) ne bude zabilježena nijedna posjeta.

Rezultati: $X \sim Exp(2)$. a) $E(X) = 30$ sekundi; b) i c) $p = e^{-\frac{4}{3}} \approx 0.264$.