 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za 6. grupne konzultacije 12.12.2017.
--	---	---

1. Na raspolaganju imamo četiri žarulje čije snage redom iznose 40 W, 60 W, 75 W i 100 W. Na slučajan način izabiremo jednu žarulju. Vjerojatnosti izbora žarulja upravno su razmjerne snagama žarulja. Neka je X slučajna varijabla koja označava snagu izabrane žarulje.

- a) Napišite zakon razdiobe varijable X .
 b) Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju varijable X .

Rezultati: a) $X \sim \begin{pmatrix} 40 & 60 & 75 & 100 \\ \frac{8}{55} & \frac{12}{55} & \frac{3}{11} & \frac{4}{11} \end{pmatrix}$, b) $E(X) = \frac{833}{11} \approx 75.73$, $\sigma(X) = \frac{6}{11} \cdot \sqrt{1526} \approx 21.31$.

2. Četiri tajnice – Brunhilda, Gertruda, Maruška i Vjekoslava – mogu pretipkati poslovni dopis redom za 2 minute, 3 minute, 4 minute i 5 minuta. Vjerojatnost izbora pojedine tajnice obrnuto je razmjerna vremenu pretipkavanja dopisa. Na slučajan način izabire se jedna tajnica. Neka je Y slučajna varijabla koja označava vrijeme pretipkavanja dopisa.

- a) Napišite zakon razdiobe varijable Y .
 b) Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju varijable Y .

Rezultati: a) $Y \sim \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{30}{77} & \frac{20}{77} & \frac{15}{77} & \frac{12}{77} \end{pmatrix}$; b) $E(Y) = \frac{240}{77} \approx 3.12$, $\sigma(Y) = \frac{2}{77} \cdot \sqrt{1770} \approx 1.09276$.

3. Neka je Z slučajna varijabla koja označava prvi broj izvučen u jednom kolu igre LOTO 6/45. Pretpostavimo da su svi elementarni ishodi su jednako vjerojatni.

- a) Napišite zakon razdiobe varijable Z .
 b) Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju varijable Z .

Rezultati: a) $Z \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 44 & 45 \\ \frac{1}{45} & \frac{1}{45} & \frac{1}{45} & \dots & \frac{1}{45} & \frac{1}{45} \end{pmatrix}$; b) $E(Z) = 23$, $\sigma(Z) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1518} \approx 13$.


4. U igri TV Bingo izvlači se točno 15 od ukupno 90 brojeva. Pretpostavimo da su kuglice označene prirodnim brojevima od 1 do 90, te da je izvlačenje pravedno. Neka je B slučajna varijabla koja označava prvi broj izvučen u jednom kolu igre TV Bingo.

- a) Napišite zakon razdiobe varijable B .
 b) Izračunajte očekivanje i standardnu devijaciju varijable B .

Rezultati: a) $B \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 89 & 90 \\ \frac{1}{90} & \frac{1}{90} & \frac{1}{90} & \dots & \frac{1}{90} & \frac{1}{90} \end{pmatrix}$; b) $E(B) = \frac{91}{2} = 45.5$, $\sigma(B) = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{24297} \approx 25.98$.

5. Ivan Rakitić nezavisno izvodi slobodne udarce prema голу Danijela Subašića sve dok ne postigne zgoditak. Vjerojatnost da će Ivan postići zgoditak u jednom udarcu prema голу iznosi 40%. Izračunajte:

- a) očekivani broj udaraca prema голу;
 b) vjerojatnost da će Ivan uputiti najmanje 4 udarca prema голу.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za 6. grupne konzultacije 12.12.2017.
---	---	---

Rezultati: a) $n \approx 3$; b) $p = \frac{27}{125}$.

6. Zlatko Horvat nezavisno izvodi sedmerce prema голу Filipa Ivića sve dok ne postigne zgoditak. Vjerojatnost da će Zlatko postići zgoditak u jednom sedmercu iznosi 80%. Izračunajte:

- a) očekivani broj udaraca prema голу;
 b) vjerojatnost da će Zlatko uputiti najviše tri udarca prema голу.

Rezultati: a) $n \approx 1$; b) $p = \frac{124}{125}$.

7. Na raspolaganju imamo 40 uzoraka punjivih baterija vrste AAA. U svakom uzorku nalazi se točno 8 baterija. Provjeravamo ima li svaka baterija dimenzije $10.5 \text{ mm} \times 44.5 \text{ mm}$. Ako je barem jedna dimenzija različita od propisane, bateriju proglašavamo neispravnom. Rezultati ispitivanja navedeni su u donjoj tablici.

<i>Broj neispravnih baterija</i>	0	1	2	3	<i>Ukupno</i>
<i>Broj uzoraka</i>	15	10	10	5	40

Odredite parametre prilagođene binomne razdiobe koja najbolje opisuje gornje rezultate ispitivanja. Potom izračunajte očekivani broj uzoraka u kojima su sve baterije ispravne.

Rezultati: $X \sim B(8, 0.0139)$, $n_0 \approx 13$.

8. Riješite prethodni zadatak koristeći parametar prilagođene Poissonove razdiobe.

Rezultati: $X \sim Po(1.125)$, $n_0 \approx 13$.

9. Rezultati 1. kolokvija iz *Matematike* na Veleučilištu u Svrzigaćama prikazani su u sljedećoj tablici.

<i>Broj bodova</i>	0 – 4	4 – 8	8 – 12	12 – 16	<i>Ukupno</i>
<i>Broj studenata</i>	10	77	9	4	100

Odredite parametre prilagođene binomne razdiobe koja najbolje opisuje gornje rezultate kolokvija. Potom izračunajte očekivani broj studenata koji su postigli točno 8 bodova.


Rezultat: $X \sim B(52, 0.12076)$, $n_8 \approx 12$.

10. Za svaki radni dan u studenom 2017. ugledni obiteljski liječnik Flek Trbosjek bilježio je broj pregledanih pacijenata oboljelih od crijevne viroze. Dobio je sljedeću tablicu:

<i>Dnevni broj pregledanih pacijenata</i>	0 – 2	2 – 4	4 – 6	6 – 8	<i>Ukupno</i>
<i>Broj dana</i>	4	9	6	11	30

Odredite parametar prilagođene Poissonove razdiobe koja najbolje opisuje gornje rezultate. Potom izračunajte očekivani ukupan broj dana u kojima će dnevno biti pregledana točno tri pacijenta koja boluju od crijevne viroze.

Rezultat: $X \sim Po(4)$, $n_3 \approx 6$.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za 6. grupne konzultacije 12.12.2017.
--	---	---

DETALJNIJA RJEŠENJA ZADATAKA

1. Izračunajmo najprije vjerojatnost izbora svake žarulje. Iz podatka da su vjerojatnost izbora svake žarulje upravno razmjerna snazi te žarulje zaključujemo da postoji $k > 0$ takav da su vjerojatnosti izbora žarulja redom $40 \cdot k$, $60 \cdot k$, $75 \cdot k$ i $100 \cdot k$. Budući da mora biti izabrana točno jedna žarulja, zbroj navedenih vjerojatnosti mora biti jednak 1. Tako dobivamo jednadžbu:

$$40 \cdot k + 60 \cdot k + 75 \cdot k + 100 \cdot k = 1.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$275 \cdot k = 1,$$

$$k = \frac{1}{275}.$$

Dakle, vjerojatnosti izbora žarulja su redom

$$p_1 = 40 \cdot \frac{1}{275} = \frac{40}{275} = \frac{8}{55},$$

$$p_2 = 60 \cdot \frac{1}{275} = \frac{60}{275} = \frac{12}{55},$$

$$p_3 = 75 \cdot \frac{1}{275} = \frac{75}{275} = \frac{3}{11},$$

$$p_4 = 100 \cdot \frac{1}{275} = \frac{100}{275} = \frac{4}{11}.$$

- a) Iz netom izračunatih vjerojatnosti slijedi da je traženi zakon razdiobe:

$$X \sim \begin{pmatrix} 40 & 60 & 75 & 100 \\ \frac{8}{55} & \frac{12}{55} & \frac{3}{11} & \frac{4}{11} \end{pmatrix}.$$


- b) Koristeći definicijske formule za očekivanje, odnosno standardnu devijaciju diskretne slučajne varijable, dobivamo redom:

$$E(X) = 40 \cdot \frac{8}{55} + 60 \cdot \frac{12}{55} + 75 \cdot \frac{3}{11} + 100 \cdot \frac{4}{11} = \frac{64 + 144 + 225 + 400}{11} = \frac{833}{11},$$

$$V(X) = 40^2 \cdot \frac{8}{55} + 60^2 \cdot \frac{12}{55} + 75^2 \cdot \frac{3}{11} + 100^2 \cdot \frac{4}{11} - \left(\frac{833}{11} \right)^2 = \frac{54936}{121},$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{54936}{121}} = \sqrt{\frac{36}{121} \cdot 1526} = \frac{6}{11} \cdot \sqrt{1526}.$$

2. Izračunajmo najprije vjerojatnost svakoga mogućega trajanja pretipkavanja. Iz podatka da je vjerojatnost svakoga pretipkavanja obrnuto razmjerna njegovu trajanju zaključujemo da postoji $k > 0$ takav da su vjerojatnosti pretipkavanja redom

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za 6. grupne konzultacije 12.12.2017.
--	---	---

$$\frac{1}{2} \cdot k, \frac{1}{3} \cdot k, \frac{1}{4} \cdot k \text{ i } \frac{1}{5} \cdot k.$$

Budući da mora biti izabrana točno jedna tajnica, zbroj navedenih vjerojatnosti mora biti jednak 1. Tako dobivamo jednadžbu:

$$\frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{3} \cdot k + \frac{1}{4} \cdot k + \frac{1}{5} \cdot k = 1.$$

Riješimo tu jednadžbu na uobičajen način:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{3} \cdot k + \frac{1}{4} \cdot k + \frac{1}{5} \cdot k &= 1 \quad / \cdot 60 \\ 30 \cdot k + 20 \cdot k + 15 \cdot k + 12 \cdot k &= 60, \\ 77 \cdot k &= 60, \\ k &= \frac{60}{77}. \end{aligned}$$

Dakle, vjerojatnosti trajanja pretipkavanja redom iznose:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{60}{77} = \frac{30}{77}, \\ p_2 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{60}{77} = \frac{20}{77}, \\ p_3 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{60}{77} = \frac{15}{77}, \\ p_4 &= \frac{1}{5} \cdot \frac{60}{77} = \frac{12}{77}. \end{aligned}$$

a) Iz netom izračunatih vjerojatnosti slijedi da je traženi zakon razdiobe:

$$Y \sim \left(\begin{array}{cccc} 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{30}{77} & \frac{20}{77} & \frac{15}{77} & \frac{12}{77} \end{array} \right) ..$$

b) Koristeći definicijske formule za očekivanje, odnosno standardnu devijaciju diskretne slučajne varijable, dobivamo redom:

$$\begin{aligned} E(X) &= 2 \cdot \frac{30}{77} + 3 \cdot \frac{20}{77} + 4 \cdot \frac{15}{77} + 5 \cdot \frac{12}{77} = 4 \cdot \frac{60}{77} = \frac{240}{77}, \\ V(X) &= 2^2 \cdot \frac{30}{77} + 3^2 \cdot \frac{20}{77} + 4^2 \cdot \frac{15}{77} + 5^2 \cdot \frac{12}{77} - \left(\frac{240}{77} \right)^2 = \frac{7080}{5929}, \\ \sigma(X) &= \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{7080}{5929}} = \sqrt{\frac{4}{5929} \cdot 1770} = \frac{2}{77} \cdot \sqrt{1770}. \end{aligned}$$

3. Prvi izvučeni broj je točno jedan element skupa $\Omega = \{1, 2, \dots, 44, 45\}$. Taj skup ima točno 45 elemenata. Budući da točno jedan broj mora biti izvučen, zbroj vjerojatnosti izvlačenja mora biti jednak 1. Prema pretpostavci, izvlačenje je pravedno, pa su sve vjerojatnosti izvlačenja međusobno jednake. Tako lagano slijedi da su sve te vjerojatnosti jednake $\frac{1}{45}$.

a) Iz provedena razmatranja slijedi da je traženi zakon razdiobe:

$$P(Z = k) = \frac{1}{45}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, 44, 45,$$

odnosno, u tabličnom obliku,

$$Z \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 44 & 45 \\ \frac{1}{45} & \frac{1}{45} & \dots & \frac{1}{45} & \frac{1}{45} \end{pmatrix}.$$

b) Primijenimo identitete:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2},$$

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2 \cdot n + 1)}{6}$$

koji vrijede za svaki $n \in \mathbb{N}$. Koristeći definicijske formule za očekivanje i standardnu devijaciju diskretne slučajne varijable dobivamo:

$$E(X) = \frac{1}{45} \cdot (1 + 2 + \dots + 44 + 45) = \frac{1}{45} \cdot \frac{45 \cdot (45+1)}{2} = \frac{46}{2} = 23,$$


$$\begin{aligned} V(X) &= \frac{1}{45} \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + 44^2 + 45^2) - 23^2 = \frac{1}{45} \cdot \frac{45 \cdot (45+1) \cdot (2 \cdot 45 + 1)}{6} - 529 = \\ &= \frac{23 \cdot 91}{3} - 529 = \frac{506}{3}, \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{506}{3}} = \sqrt{\frac{506 \cdot 3}{3^2}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1518}.$$

4. Prvi izvučeni broj je točno jedan element skupa $\Omega = \{1, 2, \dots, 90\}$. Taj skup ima točno 90 elemenata. Budući da točno jedan broj mora biti izvučen, zbroj vjerojatnosti izvlačenja mora biti jednak 1. Prema pretpostavci, izvlačenje je pravedno, pa su sve vjerojatnosti izvlačenja međusobno jednake. Tako lagano slijedi da su sve te vjerojatnosti jednake $\frac{1}{90}$.

a) Iz provedena razmatranja slijedi da je traženi zakon razdiobe:

$$P(B = k) = \frac{1}{90}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, 89, 90,$$

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za 6. grupne konzultacije 12.12.2017.
--	---	---

odnosno, u tabličnom obliku,

$$B \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 89 & 90 \\ \frac{1}{90} & \frac{1}{90} & \dots & \frac{1}{90} & \frac{1}{90} \end{pmatrix}.$$

- b) Primjenom identiteta iz rješenja zadatka 3. b), te koristeći definicijske formule za očekivanje i standardnu devijaciju diskretne slučajne varijable dobivamo:

$$E(B) = \frac{1}{90} \cdot (1 + 2 + \dots + 89 + 90) = \frac{1}{90} \cdot \frac{90 \cdot (90 + 1)}{2} = \frac{91}{2},$$

$$V(X) = \frac{1}{90} \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + 89^2 + 90^2) - \left(\frac{91}{2}\right)^2 = \frac{1}{90} \cdot \frac{90 \cdot (90 + 1) \cdot (2 \cdot 90 + 1)}{6} - \frac{8281}{4} =$$

$$= \frac{91 \cdot 181}{6} - \frac{8281}{4} = \frac{8099}{12},$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{8099}{12}} = \sqrt{\frac{8099 \cdot 3}{12 \cdot 3}} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{24297}.$$

5. Neka je X slučajna varijabla koja označava broj udaraca prema голу sve do prvoga zgoditka (uračunavajući i udarac koji je rezultirao zgoditkom). Vjerojatnost postizanja zgoditka u svakom udarcu iznosi $p = 40\% = 0.4$, pa zaključujemo da je $X \sim G(0.4)$, tj. X je geometrijska slučajna varijabla s parametrom $p = 0.4$.

- a) Tražimo očekivanje varijable X . Ono iznosi $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$, pa je traženi broj približno jednak 3.

- b) Tražimo vjerojatnost $P(X \geq 4)$. Ta vjerojatnost je jednaka:

$$P(X \geq 4) = P(X > 3) = (1 - p)^3 = \left(1 - \frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}.$$

6. Neka je X slučajna varijabla koja označava broj sedmeraca sve do prvoga zgoditka (uračunavajući i udarac koji je rezultirao zgoditkom). Vjerojatnost postizanja zgoditka u svakom udarcu iznosi $p = 80\% = 0.8$, pa zaključujemo da je $X \sim G(0.8)$, tj. X je geometrijska slučajna varijabla s parametrom $p = 0.8$.

- a) Tražimo očekivanje varijable X . Ono iznosi $E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1.25$, pa je traženi broj približno jednak 1.

- b) Tražimo vjerojatnost $P(X \leq 3)$. Ta vjerojatnost je jednaka:

$$P(X \leq 3) = 1 - \left(1 - \frac{4}{5}\right)^3 = 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 1 - \frac{1}{125} = \frac{124}{125}.$$

7. Izračunat ćemo aritmetičku sredinu i varijancu zadanoga niza podataka. Dobiveni rezultati ujedno će biti matematičko očekivanje, odnosno varijanca tražene binomne razdiobe. Imamo redom:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 5}{40} = \frac{10 + 20 + 15}{40} = \frac{45}{40} = \frac{9}{8},$$

$$\sigma^2 = \frac{1^2 \cdot 10 + 2^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 5}{40} - \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{10 + 40 + 45}{40} - \frac{81}{64} = \frac{71}{64}.$$

Neka je X binomna slučajna varijabla koja označava ukupan broj neispravnih baterija u svakom uzorku. Pretpostavimo li da je $X \sim B(n, p)$, dobivamo sustav dviju jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} n \cdot p = \frac{9}{8}, \\ n \cdot p \cdot (1 - p) = \frac{71}{64}. \end{cases}$$

Dijeljenjem druge jednadžbe prvom dobijemo $1 - p = \frac{71}{72}$, a odatle je $p = \frac{1}{72}$. Iz prve jednadžbe odmah slijedi $n = 81$. Dakle, $X \sim B\left(81, \frac{1}{72}\right)$.

Izračunajmo vjerojatnost da su sve baterije u uzorku ispravne, tj. $P(X = 0)$. Ta vjerojatnost je jednaka:

$$P(X = 0) = \left(1 - \frac{1}{72}\right)^{81} = \left(\frac{71}{72}\right)^{81}.$$

S druge je strane ista vjerojatnost jednaka količniku ukupnoga broja uzoraka u kojima su sve baterije ispravne i ukupnoga broja svih uzoraka. Označimo li s n_0 očekivani ukupan broj uzoraka u kojima su sve baterije ispravne, dobivamo jednadžbu:

$$\frac{n_0}{40} = \left(\frac{71}{72}\right)^{81}$$

iz koje je

$$n_0 = \left(\frac{71}{72}\right)^{81} \cdot 40 \approx 12.8841 \approx 13.$$

8. Iskoristit ćemo svojstvo Poissonove razdiobe prema kojemu je parametar te razdiobe jednak njezinu očekivanju, odnosno varijanci. U rješenju prethodnoga zadatka smo zaključili da su $\bar{x} = \frac{9}{8}$ i $\sigma^2 = \frac{71}{64}$. Primijetimo da je $|\bar{x} - \sigma^2| = \frac{1}{64} = 0.015625$, što znači da

se ti brojevi razlikuju počevši od druge znamenke iza decimalne točke. Zbog toga možemo uzeti $\lambda = 1.1$ tj. $X \sim Po(1.1)$.

Analogno kao u prethodnom zadatku odredimo:

$$n_0 = P(X=0) \cdot 40 = \frac{1.1^0}{0!} \cdot e^{-1.1} \cdot 40 = \frac{40}{e^{1.1}} \approx 13.31484 \approx 13.$$

9. Analogno kao u rješenju zadatka 7., izračunat ćemo aritmetičku sredinu i varijancu zadanih grupiranih podataka. U tu svrhu najprije odredimo sredinu svakoga razreda. Dobivamo sljedeću tablicu:

<i>Razredna sredina</i>	2	6	10	14	<i>Ukupno</i>
<i>Broj studenata</i>	10	77	9	4	100

Tako sada imamo:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 10 + 6 \cdot 77 + 10 \cdot 9 + 14 \cdot 4}{100} = \frac{20 + 462 + 90 + 56}{100} = \frac{628}{100} = \frac{157}{25},$$

$$\sigma^2 = \frac{2^2 \cdot 10 + 6^2 \cdot 77 + 10^2 \cdot 9 + 14^2 \cdot 4}{100} - \left(\frac{157}{25}\right)^2 = \frac{40 + 2772 + 900 + 784}{100} - \frac{24649}{625} = \frac{3451}{625}.$$

Neka je X binomna slučajna varijabla koja označava ukupan ostvareni broj bodova. Pretpostavimo li da je $X \sim B(n, p)$, dobivamo sustav dviju jednačbi s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} n \cdot p = \frac{157}{25}, \\ n \cdot p \cdot (1-p) = \frac{3451}{625}. \end{cases}$$

Dijeljenjem druge jednačbe prvom dobijemo $1-p = \frac{3451}{3925}$, a odatle je $p = \frac{474}{3925}$. Iz prve jednačbe odmah slijedi $n = \frac{24649}{474} \approx 52$. Dakle, $X \sim B\left(52, \frac{474}{3925}\right)$.

Izračunajmo vjerojatnost da je slučajno odabrani student ostvario točno 8 bodova, tj. $P(X=8)$. Ta vjerojatnost je jednaka:

$$P(X=8) = \binom{52}{8} \cdot \left(\frac{474}{3925}\right)^8 \cdot \left(1 - \frac{474}{3925}\right)^{52-8} \approx 0.118215.$$

S druge je strane ista vjerojatnost jednaka količniku ukupnoga broja studenata koji su ostvarili točno 8 bodova i ukupnoga broja svih studenata. Označimo li s n_0 očekivani ukupan broj uzoraka u kojima su sve baterije ispravne, dobivamo jednačbu:

$$\frac{n_0}{100} = 0.118215$$

iz koje je

$$n_0 = 0.118215 \cdot 100 = 11.8215 \approx 12.$$

- 10.** Analogno kao u rješenju zadatka 9., izračunat ćemo aritmetičku sredinu i varijancu zadanih grupiranih podataka. U tu svrhu najprije odredimo sredinu svakoga razreda. Dobivamo sljedeću tablicu:

<i>Razredna sredina</i>	1	3	5	7	<i>Ukupno</i>
<i>Broj dana</i>	4	9	6	11	30

Tako sada imamo:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 4 + 3 \cdot 9 + 5 \cdot 6 + 7 \cdot 11}{30} = \frac{4 + 27 + 30 + 77}{100} = \frac{141}{30} = \frac{47}{10},$$

$$\sigma^2 = \frac{1^2 \cdot 4 + 3^2 \cdot 9 + 5^2 \cdot 6 + 7^2 \cdot 11}{30} - \left(\frac{47}{10}\right)^2 = \frac{4 + 81 + 150 + 539}{30} - \frac{2209}{100} = \frac{371}{100}.$$

Neka je X Poissonova slučajna varijabla koja označava dnevni broj pregledanih pacijenata. Primijetimo da je $|x - \sigma^2| = \frac{99}{100}$, pa možemo uzeti $\lambda = 4$. Dakle, $X \sim Po(4)$.

Izračunajmo vjerojatnost da su u slučajno odabranom danu točno tri pregledana pacijenta bolovala od crijevne viroze. Dakle, tražimo $P(X = 3)$, a ta vjerojatnost je jednaka:

$$P(X = 3) = \frac{4^3}{3!} \cdot e^{-4} = \frac{32}{3 \cdot e^4} \approx 0.195367.$$

S druge strane, ta je vjerojatnost jednaka količniku ukupnoga broja pregledanih pacijenata koji su bolovali od crijevne viroze i ukupnoga broja svih pregledanih pacijenata. Označimo li traženi broj s n_3 , dobivamo jednadžbu:

$$\frac{n_3}{30} = \frac{32}{3 \cdot e^4}$$

iz koje je

$$n_3 = \frac{32 \cdot 30}{3 \cdot e^4} = \frac{320}{e^4} \approx 5.861 \approx 6.$$