 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	zadaci za 10. grupne konzultacije 23.1.2018.
---	---	---

1. Zadata je razdioba svih studenata 2. godine stručnoga studija elektrotehnike na Veleučilištu u Frkljercima u akademskoj godini 2017./2018. prema ocjeni iz predmeta *Materijali u elektrotehnici*.

Ocjena	2	3	4	5	Ukupno
Broj studenata	20	15	10	5	50

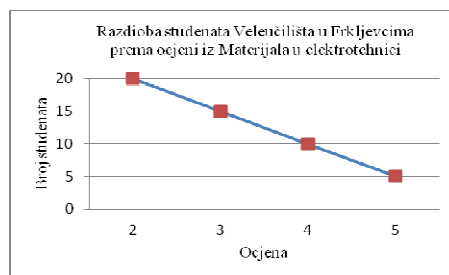
Tablica 1.

- a) Izračunajte pripadnu aritmetičku sredinu, standardnu devijaciju i koeficijent varijacije.
- b) Prikažite zadanu razdiobu poligonom frekvencija.
2. Radi nadzora ispravnosti rada, porezni inspektor Zdravko na slučajan način bira točno jednu između triju ravnopravnih trgovina *LNT*, *Rumke* i *Zumkon*. Vjerojatnost da će u *LNT*-u biti utvrđena nepravilnost u radu iznosi 65%, vjerojatnost da će ta nepravilnost biti utvrđena u *Rumkeu* iznosi 95%, a vjerojatnost da će nepravilnost biti utvrđena *Zumkonu* iznosi 90%. Ako je Zdravko naposljetku utvrdio nepravilnost u radu, izračunajte vjerojatnost da je ta nepravilnost utvrđena u *Zumkonu*.
3. Iz segmenta $[0, 4]$ slučajno i nezavisno biramo točno dva broja. Izračunajte vjerojatnost da je zbroj izabranih brojeva strogo manji od 6.
4. Dnevni broj željezničkih nesreća na željezničkoj pruzi Gradec – Sveti Ivan Žabno je Poissonova slučajna varijabla s parametrom $\lambda = 1$. Izračunajte vjerojatnost da se u slučajno odabranom danu na toj pruzi dogode barem dvije nesreće.
5. Masa studenata Veleučilišta iz Frkljevaca je normalna slučajna varijabla s očekivanjem 86 kg i standardnom devijacijom 8 kg. Na tom veleučilištu studira ukupno 200 studenata. Procijenite očekivani broj studenata čija je masa najmanje 90 kg. (Zaokružite dobiveni rezultat na najbliži prirodan broj.)

REZULTATI ZADATAKA

1. a) $\bar{x} = 3$, $\sigma = 1$, $V = \frac{1}{3} \approx 33.33\%$.

b) Vidjeti Sliku 1.




Slika 1.

2. $p = \frac{9}{25} = 0.36$.

3. $p = \frac{7}{8} = 0.875$.

4. $p = 1 - \frac{2}{e} \approx 0.26424$.

5. $n \approx 62$.

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p>Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)</p>	<p>zadaci za 10. grupne konzultacije 23.1.2018.</p>
--	---	---

DETALJNJA RJEŠENJA ZADATAKA

1. a) Računamo:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{20 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 5 \cdot 5}{50} = \frac{40 + 45 + 40 + 25}{50} = \frac{150}{50} = 3, \\ \sigma^2 &= \frac{20 \cdot 2^2 + 15 \cdot 3^2 + 10 \cdot 4^2 + 5 \cdot 5^2}{50} - 3^2 = \frac{20 \cdot 4 + 15 \cdot 9 + 10 \cdot 16 + 5 \cdot 25}{50} - 9 = \\ &= \frac{80 + 135 + 160 + 125}{50} - 9 = \frac{500}{50} - 9 = 10 - 9 = 1, \\ \sigma &= \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1} = 1, \\ V &= \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{3} = 33.33\%.\end{aligned}$$

- b) Poligonalnom crtom treba spojiti točke (2, 20), (3, 15), (4, 10) i (5, 5). Dobiva se Slika 1.

2. Neka su $L = \{\text{Zdravko je obavio nadzor u LNT-u}\}$, $R = \{\text{Zdravko je obavio nadzor u Rumkeu}\}$, $Z = \{\text{Zdravko je obavio nadzor u Zumkonu}\}$ i $A = \{\text{utvrđena je nepravilnost u poslovanju}\}$. Skup $H = \{L, R, Z\}$ je potpuni sustav događaja za promatrani slučajni pokus. Zbog ravnopravnosti trgovina vrijedi:

$$P(L) = P(R) = P(Z) = \frac{1}{3}.$$

Nadalje, iz podataka u zadatku zaključujemo da vrijede sljedeće uvjetne vjerojatnosti:

$$\begin{cases} P(A|L) = 0.65, \\ P(A|R) = 0.95, \\ P(A|Z) = 0.9. \end{cases}$$

Trebamo izračunati uvjetnu vjerojatnost $P(Z|A)$. Primijenimo Bayesovu formulu, pa dobijemo:

$$\begin{aligned}P(Z|A) &= \frac{P(Z) \cdot P(A|Z)}{P(L) \cdot P(A|L) + P(R) \cdot P(A|R) + P(Z) \cdot P(A|Z)} = \text{(zbog } P(L) = P(R) = P(Z)) = \\ &= \frac{P(A|Z)}{P(A|L) + P(A|R) + P(A|Z)} = \frac{0.9}{0.65 + 0.95 + 0.9} = \frac{0.9}{2.5} = \frac{9}{25} = 0.36.\end{aligned}$$

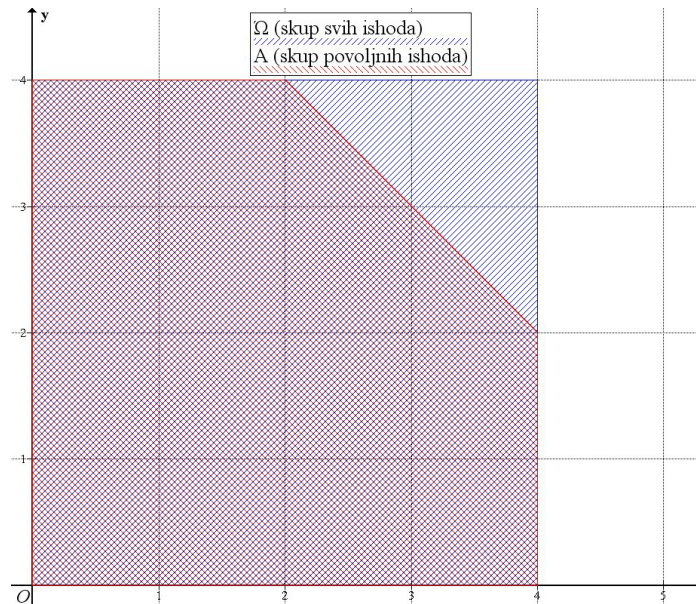
3. Označimo prvu izabranu točku s x , a drugu s y . Tada uređeni par (x, y) pripada skupu $[0, 4]^2$. Dakle, $\Omega = [0, 4]^2$. Skup svih povoljnih ishoda je

$$A = \{(x, y) \in \Omega : x + y < 6\}.$$

Primijenimo geometrijsku vjerojatnost u \mathbb{R}^2 , pa dobivamo:

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{m(A)}{(4-0) \cdot (4-0)} = \frac{m(A)}{4^2} = \frac{m(A)}{16}.$$

Preostaje odrediti mjeru skupa A , odnosno površinu toga skupa. Prikažimo skupove Ω i A u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini. Krivulja $x + y = 6$ je zapravo pravac $y = -x + 6$. Tako dobivamo Sliku 2.



Slika 2.

Iz slike vidimo da je $m(A) = 4 \cdot 4 - \frac{2 \cdot 2}{2} = 14$, pa slijedi:

$$P(A) = \frac{14}{16} = \frac{7}{8} = 0.875.$$

4. Označimo sa X Poissonovu slučajnu varijablu iz zadatka. Znamo da je $X \sim Po(2)$. Trebamo izračunati $P(X \geq 2)$. Budući da je $R(X) = \mathbb{N}_0$, tražena vjerojatnost je jednaka:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 1 - \left(\frac{2^0}{0!} \cdot e^{-2} + \frac{2^1}{1!} \cdot e^{-2} \right) = 1 - \left(\frac{1}{1} \cdot e^{-2} + \frac{2}{1} \cdot e^{-2} \right) = 1 - (e^{-2} + 2 \cdot e^{-2}) = 1 - 3 \cdot e^{-2} \approx 0.59399.$$

5. Neka je Y normalna slučajna varijabla koja označava mase studenata. Znamo da je $Y \sim N(86, 8^2)$. Neka su F i F^* redom funkcija razdiobe vjerojatnosti varijable Y , odnosno standardne normalne slučajne varijable. Izračunajmo najprije vjerojatnost da slučajno odabrani student ima masu najmanje 90 kg. Dakle, tražimo $P(Y \geq 90)$. Ta vjerojatnost je jednaka:

$$P(Y \geq 90) = 1 - P(Y \leq 90) = 1 - F(90) = 1 - F^*\left(\frac{90 - 86}{8}\right) = 1 - F^*\left(\frac{4}{8}\right) = 1 - F^*\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - F^*(0.5) = 1 - 0.69146 = 0.30854.$$

No, s druge je strane ista vjerojatnost jednaka količniku ukupnoga broja studenata čija je masa barem 90 kg i ukupnoga broja svih studenata Veleučilišta u Frkljercima:

$$P(Y \geq 90) = \frac{\text{broj studenata čija je masa barem 90 kg}}{\text{ukupan broj studenata}} = \frac{\text{broj studenata čija je masa barem 90 kg}}{200},$$

pa odatle slijedi da je traženi broj jednak:

$$n = 200 \cdot P(Y \geq 90) = 200 \cdot 0.30854 = 61.708 \approx 62.$$