 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p>Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)</p>	<p>1. domaća zadaća</p>
--	---	--------------------------------

1. U ak.god. 2017/2018. predmet *Vjerojatnost i statistika* na Politehničkom veleučilištu u Špičkovini upisalo je 20 studenata, od kojih su točno 4 studentice (tj. studenti ženskoga spola). Na koliko je međusobno različitih načina među njima moguće izabrati:

- bilo koja dva studenta (nije bitno kojega spola);
- jednoga studenta muškoga spola i jednu studenticu;
- glasnogovornika i zamjenika glasnogovornika (nije bitno kojega spola);
- glasnogovornika i zamjenika glasnogovornika tako da ne budu istoga spola?

Rezultati: a) 190; b) 64; c) 380; d) 128.

2. Odredite ukupan broj različitih troznamenkastih prirodnih brojeva zapisanih u dekadskom zapisu kojima je:

- prva znamenka jednaka umnošku druge znamenke i treće znamenke;
- treća znamenka jednaka razlici druge znamenke i prve znamenke;
- druga znamenka dvostruko veća od prve;
- treća znamenka za 2 manja od druge.

Rezultati: a) 23; b) 45; c) 40; d) 72.

3. Na koliko se međusobno različitih načina između 10 Osječana, 10 Riječana, 10 Splićana i 10 Zagrepčana može izabrati:

- točno jedna osoba;
- po jedan Osječanin, jedan Riječanin, jedan Splićanin i jedan Zagrepčanin;
- skup kojega tvore dva Osječanina, četiri Riječanina, tri Splićanina i pet Zagrepčana;
- peteročlani skup u kojemu će biti najviše Zagrepčana?

Rezultati: a) 40; b) 10 000; c) 285 768 000; d) 103 752.

4. Na koliko međusobno različitih načina Mirela može svakome od svojih 20 prijatelja e-poštom poslati po jednu od 10 različitih e-čestitki? (*Napomena:* Ista čestitka može biti upućena svim prijateljima.)


Rezultat: $1.024 \cdot 10^{13}$.

5. Registarska tablica na vozilima u Republici Hrvatskoj sastoji se od tri dijela. Prvi dio tvore točno dva (ne nužno međusobno različita) slova abecede. Drugi dio tvore tri ili četiri znamenke od kojih prva nije nula. Treći dio tvore jedno slovo ili dva (ne nužno međusobno različita) slova abecede. Koliko najviše registarskih tablica može postojati u Republici Hrvatskoj? (*Napomena:* Dvoslove tretiramo kao jedinstvena slova.)

Rezultat: 4 005 045 000.

6. Ima li više peteroznamenkastih prirodnih brojeva (zapisanih u dekadskom zapisu) koji sadrže znamenku 5 ili onih koji je ne sadrže? Iskažite relativni odnos tih dvaju brojeva u postocima.

Rezultat: Peteroznamenkastih prirodnih brojeva koji sadrže znamenku 5 ima ukupno 37 512, a onih koji ne sadrže tu znamenku 52 488. Prvi je broj za približno 28.53% manji od drugoga, odnosno drugi je broj za približno 39.92% veći od prvoga.

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p>Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)</p>	<p>1. domaća zadaća</p>
---	---	--------------------------------

7. Odredite ukupan broj međusobno različitih permutacija riječi:

- a) VJEROJATNOST;
- b) STATISTIKA;
- c) KOMBINATORIKA;
- d) VELEUČILIŠTE.

Rezultati: a) 4 989 600; b) 75 600; c) 389 188 800; d) 19 958 400.

8. U glavnoj memoriji nekoga računala podaci se smještaju u tzv. *memorijske ćelije* od kojih svaka ima svoju adresu. Ta je adresa obično kodirana s binarnim brojem duljine 8 (tj. osmeroznamenastim brojem koji se sastoji isključivo od znamenaka 0 i 1 i kojemu prva znamenka smije biti jednaka nuli) koji se naziva *bajt*. Najnovija računala koriste osambajtno adresiranje memorijskih ćelija. Izračunajte ukupan broj adresa dostupnih za pohranjivanje podataka u osambajtno adresirane memorijske ćelije.

Rezultat: $2^8 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 616$.

9. Listić sportske prognoze sastoji se od 12 različitih redaka. U svaki redak treba upisati 0, 1 ili 2. Na koliko međusobno različitih načina možemo ispuniti jedan listić?

Rezultat: 531 441.

10. Nikolina zaključava svoj bicikl pomoću lokota na šifru. Taj se lokot sastoji od 4 koluta, a na svakom od njih treba odabrati točno jednu dekadsku znamenku. Koliko najviše međusobno različitih šifri može imati lokot na Nikolininu biciklu?

Rezultat: 10 000.

11. Pjevačka zvijezda Lidija stigla je u organiziran posjet svojem klubu obožavatelja u Frkljevcima. U taj je klub učlanjeno ukupno 8 žena i 7 muškaraca. Da bi im svima potpisala najnoviji primjerak svojega CD-a, Lidija inzistira da se svi članovi kluba poredaju u alternirajući red žena-muškarac-žena-muškarac... Na koliko međusobno različitih načina Lidijini frkljevački obožavatelji mogu ispuniti ovu želju svoje omiljene pjevačice?

Rezultat: 203 212 800.


12. a) Na koliko međusobno različitih načina petero ljudi može sjesti za okrugli stol? (*Napomena:* Dva načina smatramo istima ako jedan od njih možemo dobiti rotacijom drugoga.)

b) Na koliko međusobno različitih načina n ljudi može sjesti za okrugli stol? (Pritom je $n \in \mathbb{N}$.)

c) Koliko se međusobno različitih ogrlica može napraviti od točno šest različito obojenih perli tako da se iskoriste sve perle? (*Napomena:* Dvije ogrlice smatramo jednakima ako se jedna od njih može dobiti cikličnom permutacijom i/li preokretanjem (zrcaljenjem) druge.)

d) Koliko se međusobno različitih ogrlica može napraviti od točno n različito obojenih perli tako da se iskoriste sve perle?

Rezultat: a) 24; b) $(n-1)!$; c) 60; d) $\frac{1}{2} \cdot (n-1)!$.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	1. domaća zadaća
--	--	-------------------------

13. U ravnini je zadano 10 različitih točaka takvih da nikoje tri od njih ne pripadaju istom pravcu. Koliko je međusobno različitih trokutova određeno s tih 10 točaka?

Rezultat: 210.

14. Na nekom nogometnom turniru ženskih nogometnih ekipa svaka je nogometna djevojčad odigrala sa svakom od preostalih djevojčadi točno jednu utakmicu. Ako je ukupno odigrano 66 utakmica, koliko je ekipa ukupno sudjelovalo na turniru?

Rezultat: 12.

15. Koliko se međusobno različitih sedmoslovnih riječi može načiniti od svih slova hrvatske abecede tako da svaka riječ sadrži barem dva (ne nužno različita) samoglasnika? (Napomena: Svaku riječ shvaćamo kao uređenu sedmorku slova koja je tvore.)

Rezultat: 7 218 750 000.

16. Koristeći binomni poučak za svaki $n \in \mathbb{N}$ izračunajte:

a) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot 2^k$;

b) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot (-1)^k \cdot 2^{n-k}$.

Rezultati: a) 3^k ; b) 1.

17. Mateja se nalazi u društvu s još $n - 1$ svojih prijateljica i slušaju *Zatvoreni radio*.


a) *Zatvoreni radio* objavio je da dijeli ukupno k ulaznica za koncert skupine *Neparni stožac* onim slušateljima koji najbrže dođu u njihovu redakciju. Mateja ne želi ići na taj koncert, ali sve njezine prijateljice žele ići. Na koliko međusobno različitih načina se mogu dogovoriti kojih će k osoba odjuriti do *Zatvorenoga radija* po ulaznice?

b) Da je *Zatvoreni radio* objavio da dijeli ukupno k ulaznica za koncert skupine *Čisti teatar*, Mateja i sve njezine prijateljice htjele bi ići na taj koncert. Na koliko međusobno različitih načina bi se mogli dogovoriti kojih će k osoba odjuriti do *Zatvorenoga radija* po ulaznice tako da među njima svakako bude i Mateja?

c) Koristeći rezultate a) i b) podzadatka dokažite jednakost: $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$.

Rezultati: a) $\binom{n-1}{k}$; b) $\binom{n-1}{k-1}$;

c) Lijeva strana jednakosti broji sve k -člane podskupove n -članoga skupa svih promatranih osoba. Za svaki od njih jednoznačno možemo utvrditi pripada li Mateja tom podskupu ili ne. Prvi pribrojnik na desnoj strani jednak je ukupnom broju svih podskupova kojima Mateja ne pripada, a drugi ukupnom broju svih podskupova kojima Mateja pripada.

 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p>Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)</p>	<p>1. domaća zadaća</p>
--	---	--------------------------------

18. Koristeći definiciju binomnih koeficijenata dokažite valjanost sljedećih jednakosti za sve $k, n, r \in \mathbb{N}$ za koje te jednakosti imaju smisla:

a)
$$\binom{n}{r} \cdot \binom{r}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{r-k};$$

b)
$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \cdot \binom{n-1}{k-1};$$

c)
$$k \cdot \binom{n}{k} = (n-k+1) \cdot \binom{n}{k-1};$$

d)
$$\frac{1}{2 \cdot n - 1} \cdot \binom{2 \cdot n - 1}{n-1} = \frac{1}{n} \cdot \binom{2 \cdot (n-1)}{n-1}.$$

19. Izračunajte vrijednosti $\binom{n}{k}$ za svaki $n \in [10]$ i svaki $k \in [n]$. Zapišite dobivene rezultate u jednu tablicu, tj. formirajte tzv. *Pascalov trokut*.

20. U MS Excelu pronađite funkcije COMBIN, FACT, FACTDOUBLE i MULTINOMIAL. Analizirajte svaku od tih funkcija (ulazne podatke, izlazni podatak, sintaksu).