

1. Promatramo slučajni pokus *izvlačenje prvoga broja u 1. kolu igre LOTO 6/45*. Pretpostavimo da su svi mogući ishodi toga slučajnoga pokusa jednako vjerojatni.

- a) Odredite prostor elementarnih događaja i vjerojatnost svakoga pojedinoga elementarnoga događaja.
- b) Izračunajte vjerojatnost da izvučeni broj bude strogo veći od 40.
- c) Izračunajte vjerojatnost da izvučeni broj bude paran.
- d) Izračunajte vjerojatnost da izvučeni broj bude neparan.
- e) Izračunajte vjerojatnost da izvučeni broj bude prost.
- f) Neka je  $A = \{\text{izvučen je paran broj strogo manji od } 20\}$ . Koji elementarni događaji tvore događaj  $A$ ? Opišite riječima događaj  $A^C$ . Izračunajte vjerojatnosti događaja  $A$  i događaja  $A^C$ .
- g) Neka je  $B = \{\text{izvučen je neparan broj strogo veći od } 30\}$ . Koji elementarni događaji tvore događaj  $B$ ? Opišite riječima događaj  $B^C$ . Izračunajte vjerojatnosti događaja  $B$  i događaja  $B^C$ .

Rezultati: a)  $\Omega = [45] := \{1, 2, \dots, 44, 45\}$ ,  $P(\{\omega_i\}) = \frac{1}{45}$ , za svaki  $i \in [45]$ . b)  $p = \frac{1}{9}$ ; c)  $p = \frac{22}{45}$ ; d)  $p = \frac{23}{45}$ ; e)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$ ,  $A^C = \{\text{izvučen je neparan broj strogo manji od } 20 \text{ ili broj jednak ili veći od } 20\}$ ,  $P(A) = \frac{1}{5}$ ,  $P(A^C) = \frac{4}{5}$ ; f)  $B = \{31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45\}$ ,  $B^C = \{\text{izvučen je broj manji od } 30 \text{ ili paran broj jednak ili veći od } 30\}$ ,  $P(B) = \frac{8}{45}$ ,  $P(B^C) = \frac{37}{45}$ .


2. Promatramo slučajni pokus *rođenje blizanaca* (pod pojmom *blizanci* podrazumijevaju se točno dva embrija koja se u tijelu majke istovremeno razvijaju i rode se neposredno jedan poslije drugog). Pretpostavimo da su svi mogući ishodi toga pokusa jednako vjerojatni.

- a) Odredite prostor elementarnih događaja i vjerojatnost svakoga pojedinoga elementarnoga događaja.
- b) Neka je  $A = \{\text{barem jedan blizanac je ženskoga spola}\}$ . Koji elementarni događaji tvore događaj  $A$ ? Opišite riječima događaj  $A^C$ . Izračunajte vjerojatnosti događaja  $A$  i događaja  $A^C$ .
- c) Neka je  $B = \{\text{blizanci su različitih spolova}\}$ . Koji elementarni događaji tvore događaj  $B$ ? Opišite riječima događaj  $B^C$ . Izračunajte vjerojatnosti događaja  $B$  i događaja  $B^C$ .

Rezultati: a)  $\Omega = \{\{\text{dječak, dječak}\}, \{\text{dječak, djevojčica}\}, \{\text{djevojčica, djevojčica}\}\}$ ,  $P(\{\omega_i\}) = \frac{1}{3}$ , za svaki  $i = 1, 2, 3$ . b)  $A = \{\{\text{dječak, djevojčica}\}, \{\text{djevojčica, djevojčica}\}\}$ ,  $A^C = \{\text{oba blizanca su dječaci}\}$ ,  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  $P(A^C) = \frac{1}{3}$ . c)  $B = \{\text{dječak, djevojčica}\}$ ,  $B^C = \{\text{oba blizanca su istoga spola}\}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B^C) = \frac{2}{3}$ .

3. Događaji  $A$  i  $B$  su međusobno isključivi. Ako je  $P(A - B) = \frac{2}{3}$  i  $P(A + B) = \frac{8}{9}$ , izračunajte  $P(A)$  i  $P(B)$ .

Rezultat:  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  $P(B) = \frac{2}{9}$ .

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABIENSE Elektrotehnički odjel	<b>Vjerojatnost i statistika</b> (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	<b>2. domaća zadaća</b>
--	--	-------------------------

4. Događaji  $A$  i  $B$  su međusobno isključivi. Ako je  $P(A + B) + P(A - B) = \frac{5}{6}$ , te  $P(B - A) + P(B \cdot A) = \frac{1}{3}$ , izračunajte  $P(A)$  i  $P(B)$ .

Rezultat:  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ .

5. Izračunajte vjerojatnost da u jednom kolu igre LOTO 6/45 pogodimo:

- a) svih šest brojeva dobitne kombinacije;
- b) barem tri broja dobitne kombinacije;
- c) najviše dva broja dobitne kombinacije.

Procijenite najvjerojatniji broj pogođenih brojeva u jednom kolu igre LOTO 6/45. (Dopunski broj u svim slučajevima zanemarujemo.)

Rezultati: a)  $p = \frac{1}{8\,145\,060}$ ; b)  $p = \frac{6\,471}{271\,502}$ ; c)  $p = \frac{265\,031}{271\,502}$ . Najvjerojatniji broj pogođenih brojeva jednak je 1 (pripadna vjerojatnost je  $p = \frac{82\,251}{193\,930}$ .)

6. Šestero političara Andrej, Božo, Davor, Milan, Radimir i Silvano trebaju međusobno izabrati tročlano izaslanstvo za susret s predstavnicima EU. Svih šestero političara, kao i svi članovi izaslanstva međusobno su ravnopravni. Izračunajte vjerojatnost da Andrej bude član izaslanstva.

Rezultat:  $p = \frac{1}{2}$ .

7. U kutiji se nalaze četiri kuglice označene brojevima 1, 2, 3 i 4. Iz kutije izvlačimo kuglice sve dok ne izvučemo kuglicu s brojem 1. Pritom nijednu kuglicu ne vraćamo u kutiju. Kao ishod slučajnoga pokusa bilježimo izvučene brojeve redosljedom kojim su izvučeni.

- a) Odredite prostor elementarnih događaja i vjerojatnost svakoga pojedinoga elementarnoga događaja.
- b) Izračunajte vjerojatnost da će kuglica s brojem 1 biti izvučena u trećem izvlačenju.

Rezultati: a)  $\Omega = \{1, (2, 1), (3, 1), (4, 1), (2, 3, 1), (2, 4, 1), (3, 2, 1), (3, 4, 1), (4, 2, 1), (4, 3, 1), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 3, 1), (3, 2, 4, 1), (3, 4, 2, 1), (4, 2, 3, 1), (4, 3, 2, 1)\}$ . Vjerojatnost svakoga pojedinoga elementarnoga događaja iznosi  $\frac{1}{16}$ . b)  $p = \frac{3}{8}$ .

8. Na raspolaganju nam je kutija u kojoj se nalazi točno 100 kuglica označenih brojevima 1, 2, 3, ..., 100. Iz kutije izvlačimo točno jednu kuglicu. Za svaki  $k \in [100]$  izračunajte vjerojatnost da će izvučena kuglica biti označena brojem:

- a) ne većim od  $k$ ;
- b) strogo većim od  $k$ .

Rezultati: a)  $p = \frac{k}{100}$ , b)  $p = 1 - \frac{k}{100}$ .