 <p>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel</p>	<p>Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)</p>	<p>3. domaća zadaća</p>
---	---	--------------------------------

1. Iz segmenta $[-5, 5]$ na slučajan način biramo točno jedan realan broj. Izračunajte vjerojatnost sljedećih događaja:

- a) $A = \{\text{izabrani broj je prirodan broj}\}$;
- b) $B = \{\text{izabrani broj je cijeli broj}\}$;
- c) $C = \{\text{izabrani broj je strogo pozitivan}\}$;
- d) $D = \{\text{izabrani broj nije strogo veći od } -1\}$;
- e) $E = \{\text{apsolutna vrijednost izabranoga broja nije strogo manja od } 3\}$;
- f) $F = \{\text{izabrani broj nije strogo veći od } -4 \text{ ili strogo manji od } 3\}$.

Rezultati: a) i b) $p = 0$; c) $p = \frac{1}{2}$; d) i e) $p = \frac{2}{5}$; f) $p = \frac{3}{10}$.

2. Na slučajan način biramo točno jednu točku iz pravokutnika $[0, 2]^2$. Neka je K parabola zadana jednadžbom $y = x^2$. Izračunajte vjerojatnost da izabrana točka:

- a) pripada krivulji K ;
- b) pripada području ispod krivulje K ili krivulji K ;
- c) pripada području ispod krivulje K , ali ne i krivulji K ;
- d) pripada području iznad krivulje K ili krivulji K ;
- e) pripada području iznad krivulje K , ali ne i krivulji K .

Rezultati: a) $p = 0$; b) i c) $p = \frac{2}{3}$; d) i e) $p = \frac{1}{3}$.

3. Na slučajan način biramo točno jednu točku iz pravokutnika $[0, 1] \times [0, e]$. Neka je K krivulja zadana jednadžbom $y = x \cdot e^x$. Izračunajte vjerojatnost da izabrana točka:


- a) pripada krivulji K ;
- b) pripada području ispod krivulje K ili krivulji K ;
- c) pripada području ispod krivulje K , ali ne i krivulji K ;
- d) pripada području iznad krivulje K ili krivulji K ;
- e) pripada području iznad krivulje K , ali ne i krivulji K .

Rezultati: a) $p = 0$; b) i c) $p = \frac{1}{e}$; d) i e) $p = \frac{e-1}{e}$.

4. Na slučajan način biramo točno jednu točku iz pravokutnika $[0, 4]^2$. Neka je K parabola zadana jednadžbom $y^2 = 4 \cdot x$. Izračunajte vjerojatnost da izabrana točka:

- a) pripada krivulji K ;
- b) pripada području ispod krivulje K ili krivulji K ;
- c) pripada području ispod krivulje K , ali ne i krivulji K ;
- d) pripada području iznad krivulje K ili krivulji K ;
- e) pripada području iznad krivulje K , ali ne i krivulji K .

Rezultati: a) $p = 0$; b) i c) $p = \frac{2}{3}$; d) i e) $p = \frac{1}{3}$.

 TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel	Vjerojatnost i statistika (preddiplomski stručni studij elektrotehnike)	3. domaća zadaća
---	--	-------------------------

5. U jediničnu kocku upisana je kugla. Izračunajte vjerojatnost da slučajno izabrana točka kocke pripada:

- a) sferi određenoj kuglom;
- b) kugli ili sferi određenoj tom kuglom;
- c) kugli, ali ne i sferi određenoj tom kuglom.

Rezultati: a) $p = 0$; b) i c) $p = \frac{3}{8} \cdot \sqrt{3}$.

6. U kuglu polumjera $r = \sqrt{3}$ upisana je kocka. Izračunajte vjerojatnost da slučajno izabrana točka kugle pripada:

- a) plaštu upisane kocke;
- b) upisanoj kocki ili njezinom plaštu;
- c) upisanoj kocki, ali ne i njezinom plaštu.

Rezultati: a) $p = 0$; b) i c) $p = \frac{2}{9}$.

7. U kuglu polumjera $r = \sqrt{3}$ upisan je pravilan tetraedar. Izračunajte vjerojatnost da slučajno izabrana točka kugle pripada:

- a) plaštu upisanoga tetraedra;
- b) upisanom tetraedru ili njegovu plaštu;
- c) upisanom tetraedru, ali ne i njegovu plaštu.

Rezultati: a) $p = 0$; b) i c) $p = \frac{3}{16} \cdot \sqrt{6}$.

8. Iz pravokutnika $[-1, 8]^2$ slučajno biramo točno jednu točku (x, y) . Izračunajte vjerojatnost da prva koordinata izabrane točke nije veća od druge.

Rezultat: $p = \frac{1}{2}$.

9. Zadan je pravokutan trokut čije su katete duge 3 cm i 4 cm. Na slučajan način biramo točno jednu točku unutar toga trokuta. Izračunajte vjerojatnost da je izabrana točka bliža hipotenuzi u odnosu na obje katete.

Uputa i rezultat: Skup svih povoljnih ishoda je trokut kojemu je osnovica jednaka hipotenuzi zadanoga trokuta, a visina na osnovicu jednaka polumjeru kruga upisanoga u trokut. Dobiva se $p = \frac{5}{12}$.

10. a) Zadana je središnja jedinična kružnica. Na njoj slučajno biramo točno dvije točke. Izračunajte vjerojatnost da međusobna udaljenost tih točaka bude strogo veća od 1.

b) Poopćite prethodni podzadatak za bilo koju kružnicu polumjera r . Što se dobiva?

Uputa i rezultat: Skup svih povoljnih ishoda je kružni isječak sa središnjim kutom $\alpha = \frac{2}{3} \cdot \pi$. Objе tražene vjerojatnosti su $p = \frac{2}{3}$.