

1. Zadana je realna funkcija

$$f(x) = \begin{cases} c, & \text{za } x \in [4, 8]; \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

- Odredite konstantu  $c \in \mathbb{R}$  tako da funkcija  $f$  bude funkcija gustoće neke neprekidne jednolike slučajne varijable  $X$ .
- Odredite funkciju razdiobe vjerojatnosti i osnovne numeričke pokazatelje (očekivanje, varijancu, standardnu devijaciju) varijable  $X$  iz **a)** podzadatka.
- Izračunajte vjerojatnost da varijabla  $X$  poprimi vrijednost strogo veću od 5, ali ne veću od 7.
- Izračunajte vjerojatnost da varijabla  $X$  poprimi vrijednost ne manju od 6.
- Prikažite grafički funkciju gustoće i funkciju razdiobe varijable  $X$ .

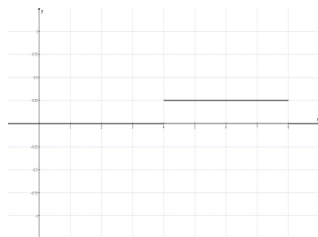
Rezultati: **a)**  $c = \frac{1}{4}$ ;

**b)**  $X \sim U(4, 8) \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x < 4; \\ \frac{x-4}{4}, & \text{za } x \in [4, 8]; \\ 1, & \text{za } x > 8. \end{cases}$   $E(X) = 6, V(X) = \frac{4}{3}, \sigma(X) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}$ .

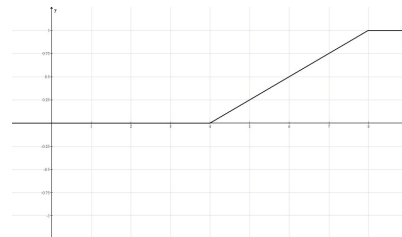
**c)**  $p = \frac{1}{2}$ ;

**d)**  $p = \frac{1}{2}$ ;

**e)** Vidjeti Sliku 1. i Sliku 2.



Slika 1.



Slika 2.

2. Zadana je realna funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{c}, & \text{za } x \in [5, 10]; \\ 0, & \text{inače.} \end{cases}$$

- Odredite konstantu  $c \in \mathbb{R}$  tako da funkcija  $f$  bude funkcija gustoće neke neprekidne jednolike slučajne varijable  $X$ .
- Odredite funkciju razdiobe i osnovne numeričke pokazatelje (očekivanje, varijancu, standardnu devijaciju) varijable  $X$  iz **a)** podzadatka.
- Izračunajte vjerojatnost da varijabla  $X$  iz **a)** podzadatka poprimi vrijednost strogo veću od 6, ali ne veću od 8.
- Izračunajte vjerojatnost da varijabla  $X$  poprimi vrijednost ne veću od 7.
- Prikažite grafički funkciju gustoće i funkciju razdiobe vjerojatnosti varijable  $X$ .

Rezultati: a)  $c = 5$ ;

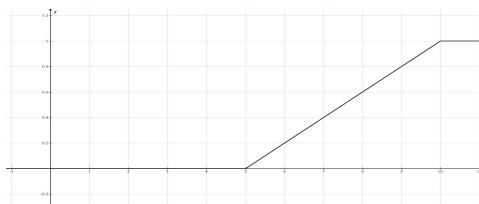
b)  $X \sim U(5, 10) \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0, & \text{za } x < 5; \\ \frac{x-5}{5}, & \text{za } x \in [5, 10]; \\ 1, & \text{za } x > 10. \end{cases}$   $E(X) = \frac{15}{2}$ ,  $V(X) = \frac{25}{12}$ ,  $\sigma(X) = \frac{5}{6} \cdot \sqrt{3}$ .

c) i d)  $p = \frac{2}{5}$ ;

e) Vidjeti Sliku 3. i Sliku 4.



Slika 3.



Slika 4.

3. Za koju vrijednost parametra  $a > 0$  je varijanca eksponencijalne slučajne varijable numerički jednaka njezinu očekivanju?

Rezultat:  $a = 1$ .

4. Vijek trajanja nekoga elektroničkoga uređaja je eksponencijalna slučajna varijabla  $X$  čije je očekivanje 2000 sati.

a) Izračunajte vjerojatnost da uređaj traje najmanje 2500 sati.

b) Izračunajte vjerojatnost da od 20 takvih uređaja barem jedan traje najmanje 2500 sati.

Rezultati: a)  $p \approx 0.2865$ ;

b) *Uputa:* Neka je  $Y$  slučajna varijabla koja označava broj uređaja koji traju najmanje 2500 sati. Tada je  $Y \sim B(20, 0.2865)$ . Dobiva se:  $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 0.99883$ .

5. Vijek trajanja neke žarulje je eksponencijalna slučajna varijabla  $X$  čije je očekivanje 1000 sati.

a) Izračunajte vjerojatnost da će žarulja svijetliti barem 1000 sati.

b) Pretpostavimo da je žarulja još uvijek ispravna i da je dosad svijetlila 1200 sati. Izračunajte vjerojatnost da će ta žarulja svijetliti još 1000 sati. Što primjećujete?

Rezultati: a)  $p = p = e^{-1} \approx 0.367879441$ . ;

b) *Uputa:* Treba izračunati  $P(X \geq 2200 \mid X \geq 1200)$ . Dobiva se:  $P(X \geq 2200 \mid X \geq 1200) = \frac{P(X \geq 2200)}{P(X \geq 1200)} = e^{-1}$ .

Kažemo da eksponencijalna slučajna varijabla ima svojstvo „zaboravljanja“.

6. Neki automobil može prijeći 10 000 km prije negoli se isprazni njegov akumulator. Pretpostavimo da je prijeđena udaljenost eksponencijalna slučajna varijabla. Izračunajte vjerojatnost da će automobil prijeći barem 5000 km bez potrebe mijenjanja akumulatora.

Rezultat:  $p = e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.60653$

7. Proučite funkciju EXPONDIST u MS Excelu i njezinu sintaksu. Što je rezultat primjene te funkcije?