SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET PROMETNIH ZNANOSTI

POSLIJEDIPLOMSKI MAGISTARSKI ZNANSTVENI STUDIJ
TEHNIČKO-TEHNOLOŠKI SUSTAVI U PROMETU I TRANSPORTU

Bojan Kovačić

VIŠEKRITERIJSKO ODLUČIVANJE U PROMETU

MAGISTARSKI ZNANSTVENI RAD

ZAGREB, STUDENI 2004.

PREDGOVOR

Suvremena prometna znanost bavi se istraživanjem i rješavanjem sve složenijih prometnih problema nastalih kao posljedica intenzivnoga tehničko-tehnološkoga razvoja u posljednjih nekoliko desetljeća. Za uspjeh tih istraživanja bilo je nužno ne samo posegnuti za znanstvenim metodama rabljenima u drugim znanostima, nego i razviti vlastite, posve nove znanstvene metode. Razvoj informatičke tehnologije s druge je, pak, strane omogućio implementiranje gotovo svih znanstvenih metoda u obliku brzih i efikasnih računalnih programa, čime su stvorene pretpostavke za računalno simuliranje prometnih procesa u svrhu upoznavanja i istraživanja prometnih sustava, te njihova ponašanja. Kombinacija teorijskih (znanstvenih) i praktičnih (računalnih) metoda tako je postala gotovo obvezatan način rješavanja svih današnjih prometnih problema.

Upravo ta me je činjenica ponukala da za temu svojega magistarskoga znanstvenoga rada odaberem višekriterijsko odlučivanje i njegovu primjenu u rješavanju problema prometa i transporta. Višekriterijsko je odlučivanje teorijska znanstvena disciplina čije su se primjene dosad uglavnom odnosile na različite probleme iz područja ekonomije. Relativno mali broj radova bavio se problematikom iz područja prometa. Stoga sam želio na jednome mjestu istovremeno dati i prikaz višekriterijskoga odlučivanja kao znanstvene discipline i ilustrativne primjere iz područja prometa koji ukazuju o kakvom se – po mojoj osobnoj prosudbi, još uvijek nedovoljno iskorištenom – moćnom matematičko-informatičkom alatu radi. O tome govori i postavljena radna hipoteza magistarskoga znanstvenoga rada koju sam nastojao dokazati.

U skladu s tim nastojanjima rad je koncipiran tako da se najprije izlažu teorijska razmatranja, a tek potom njihova primjena na probleme prometa i transporta. Pritom nisam zalazio u "dubinu" teorijskih postavki, ali sam nastojao dati jezgrovit prikaz svih najvažnijih dijelova procesa odlučivanja. Tu posebno mislim na definiranje skupa alternativa i preferencijske strukture koji su fundamentalni dijelovi višekriterijskoga odlučivanja, a kojima se – prema mišljenju vodećih svjetskih stručnjaka iz teorije odlučivanja – u većini znanstvenih radova ne posvećuje dovoljna pozornost. O najpoznatijim metodama višekriterijskoga odlučivanja postoji opsežna literatura pa su one opisane jezgrovito i bez navođenja ilustrativnih primjera. Podrobnije je opisana jedino metoda VIKOR budući da su odabrani problemi iz područja prometnoga planiranja riješeni upravo tom metodom.

Kako opseg ovoga rada ne bi premašio propisane standarde, detaljno se razmatraju svega dva odabrana primjera iz područja prometa. Dakako da se u praksi javljaju i brojni drugi primjeri koji se također mogu riješiti i analizirati metodom VIKOR, pa mi je želja da ovaj rad bude polazna osnova za daljnje radove na tu temu.

Na kraju ovoga predgovora želio bih se zahvaliti svima koji su mi na bilo koji način pomogli u izradbi rada. Prof.dr.sc. Elizabeta Kovač-Striko, prof.dr.sc. Husein Pašagić, i prof.dr.sc. Zvonko Kavran s puno su pozornosti pročitali cijeli tekst, te dali vrlo korisne primjedbe i prijedloge za njegovo poboljšanje. Nesebičnu i svesrdnu pomoć u obradi i analizi podataka, te prijepisu složenoga matematičkoga teksta pružili su mi moji studenti–demonstratori iz nastavnoga centra Vukovar Sveučilišnoga studijskoga centra za stručne studije Sveučilišta u Splitu: Dražen Blanuša, apsolvent na stručnomu studiju računarstva, te Nataša Mlinar i Snežana Keleuva – Pešo, apsolventice na stručnomu studiju računovodstva i

financija. Prof. Marina Vujčić vrlo je pomno i savjesno obavila lekturu cijeloga teksta. Svima navedenima odsrca izražavam svoju najveću zahvalnost.

Svakome tko me upozori na "preživjele" pogreške i propuste, te iznese dobronamjernu primjedbu, kritiku ili prijedlog unaprijed se iskreno zahvaljujem.

U Vukovaru, studenoga 2004.

Bojan Kovačić

SADRŽAJ

SAŽETAK

Višekriterijsko odlučivanje kao moderna znanstvena disciplina ima svoju široku primjenu u svim područjima ljudske djelatnosti, pa tako i u problemima prometa i transporta. Kako bi ta primjena bila što bolja, nužno je razraditi i rabiti metode za rješavanje što više klasa prometnih problema. U ovom se radu najprije izlažu osnovna načela višekriterijskoga odlučivanja, a potom se daje pregled nekih od tih metoda uz detaljan opis metode višekriterijskoga kompromisnoga rangiranja (VIKOR) i njezine programske podrške (računalnoga programa VIKOR). Kako bi se ukazalo na koje se klase prometnih problema može primijeniti ta metoda, navedena su dva detaljno razmotrena ilustrativna primjera izbora trase prometnice, odnosno željezničke pruge.

SUMMARY

Multicriteria decision-aid as modern scientific discipline has its application in every single part of human activities, so does in the problems of traffic and transport. With a view to making it better, it is necessary to work out and use many methods for solution of the more classes of the traffic problems. In this paper the basic principles of multicriteria decision-aid is firstly expounded. After those the review of some multicrtieria decision-aid methods is given with full description of the VIKOR method (method of multicriteria compromise ranking) and its software. To show on solving what types of the traffic problems that method can be applied, the two examples (the choice of the road route and railway line route respectively) are completely solved and analized.

ZUSAMMENFASSUNG

Vielmaliges Kriteriumsentscheiden als moderner Wissenschaftszweig hat einen vielseitigen Gebrauch auf allen Gebieten der menschlichen Tätigkeiten. Das gilt auch für die Probleme im Verkehr und Transport. Um diesen Gebrauch zu verbessern, ist es nötig die Methoden für diese Problemen gründlich zu bearbeiten und zu gebrauchen. In dieser Magisterarbeit werden zuerst Grundprinzipien des vielmaligen Kriteriumsentscheindens erklärt. Danach werden der Überblick einiger Methoden und die genaue Darstellung der Methode VIKOR und ihrer Software gegeben. Um auf den Gebrauch dieser Methode für die Lösung der Verkehrsprobleme zu weisen, werden zwei gut erarbeitete Beispiele der Auswahl der Strassentrasse, beziehungsweise der Eisenbahntrasse gegeben.

§1. UVOD

1.1. PROBLEM ISTRAŽIVANJA

Jedna od pretpostavki nužnih za razvoj prometa i prometnih sustava u Republici Hrvatskoj jest kvalitetna izrada svih potrebnih studija zasnovana na multidisciplinarnom karakteru prometnih znanosti. Iznalaženje optimalnih rješenja postavljenih prometnih problema iznimno je složen proces jer uvjeti koje ta rješenja moraju zadovoljavati u mnogim slučajevima mogu biti i međusobno proturječni. Značajnu ulogu u tom iznalaženju ima strategija odlučivanja pomoću koje se određuju praktično najbolja (ne nužno teoretski optimalna) rješenja. U Europi se ta strategija razvija više od trideset godina neprekidno se suočavajući s novim izazovima koje joj postavlja razvoj suvremene prometne tehnologije, kao i tehnologije u cjelini. Kako Republika Hrvatska teži prijamu u europske integracijske sustave, potrebno je razraditi i razviti kvalitetne strategije odlučivanja za rješavanje prometnih problema, poglavito onih od iznimne važnosti za cjelokupnu strategiju razvoja Republike Hrvatske u ovome stoljeću.

Višekriterijsko odlučivanje i njegove metode zasigurno mogu pridonijeti razvoju navedenih strategija, a time izravno i razvoju prometa, odnosno cjelokupnomu razvitku Republike Hrvatske. Stoga **primjena toga odlučivanja u prometu** kao **predmet istraživanja** predstavlja važan čimbenik cjelokupne prometne tehnologije koji zaslužuje detaljnu kritičku analizu, te kvalitetne prijedloge za poboljšanje.

U okvirima navedenoga problema i predmeta istraživanja postavlja se sljedeća znanstvena hipoteza:

Višekriterijsko odlučivanje je složen proces čije su primjene u rješavanju prometnih problema vrlo raznolike. Ono se posebno može iskoristiti u rješavanju raznih vrsta višekriterijskih transportnih problema, te problema prometnoga planiranja. Zbog postojanja odgovarajućih kvalitetnih računalnih programa moguće je ne samo relativno brzo i uspješno riješiti postavljene probleme, nego i provesti analizu dobivenoga rješenja u svrhu traženja i određivanja praktično najboljih rješenja.

Argumetni koji potvrđuju navedenu hipotezu su sljedeći:

1.) Problemi prometa i transporta su vrlo složeni pa ih je potrebno rješavati metodama koje ne samo relativno brzo rješavaju pripadne matematičke modele, nego i omogućuju cjelovitu analizu dobivenih rješenja.

2.) Zbog znatnoga broja slučajeva u kojima se kao ograničenja pojavljuju posve proturječni uvjeti, nužno je rabiti metode koje će određivati praktično najbolja (efikasna) rješenja pripadnih modela, a ne samo teorijski optimalna rješenja.

3.) Republika Hrvatska u svojoj prihvaćenoj strategiji razvoja prometa predviđa ne samo izgradnju novih prometnica, nego i znatno jače povezivanje postojećih oblika transporta. U tu se svrhu moraju iznaći optimalni načini prijevoza putnika i tereta koristeći što više oblika transporta, ali uz nužnu minimizaciju vremena i cijene transporta. Zbog relativno velikoga broja uvjeta (ograničenja) i ciljeva koji se žele postići, prikladna je uporaba metoda višekriterijskoga odlučivanja.

4.) Jedna od prednosti višekriterijskoga odlučivanja jest i postojanje interaktivnih računalnih programa u cijelosti prilagođenih korisnicima, a u kojima su kvalitetno implementirane metode toga odlučivanja. Budući da razvoj tehnologije izravno povlači pojavu sve složenijih problema, ali i sve boljih računalnih programa, njihova primjena u svijetu postaje sve raširenija, što nameće potrebu da se i Republika Hrvatska uklopi u postojeći trend zbog specifičnosti svojega prirodnoga, zemljopisnoga i političkoga položaja.

1.2. SVRHA I CILJEVI ISTRAŽIVANJA

U skladu s problemima vezanima za predmet istraživanja te postavljenom hipotezom, svrha i ciljevi istraživanja su:

- dati prikaz višekriterijskoga odlučivanja kao znanstvene discipline, definirati njegove osnovne pojmove i sustavno ih povezati u jedinstvenu cjelinu;

- dati znanstveni prikaz metoda višekriterijskoga odlučivanja, a poglavito metoda pogodnih za rješavanje prometnih i transportnih problema;

- detaljno razraditi primjene višekriterijskoga odlučivanja na rješavanje nekih problema prometa i transporta značajnih za primjenu u prometnim sustavima Republike Hrvatske;

- dati osnovni prikaz rješavanja problema iz prethodne točke pomoću računala, odnosno odgovarajućih računalnih programa.

1.3. OCJENA DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA

O višekriterijskomu odlučivanju i njegovim primjenama na rješavanje različitih praktičnih problema do danas je objavljen niz znanstvenih i stručnih radova, no relativno mali broj njih bavi se primjenama u prometu i transportu. Te se primjene uglavnom odnose na različita razmatranja višekriterijskih transportnih problema, projektiranje transportnih mreža i sl. Prvi se radovi o tim problemima pojavljuju početkom 70-ih godina prošloga stoljeća. Usporedno s razvojem informatičke tehnologije, odnosno tehnologije općenito, dolazi i do razvoja višekriterijskoga odlučivanja kao znanstvene discipline. Pojava sve zahtjevnijih problema neprekidno je nalagala poboljšavanje postojećih, ali i stvaranje posve novih metoda. Razvoj računala utjecao je na implementaciju teorijskih metoda u obliku računalnih programa, što je omogućilo brže rješavanje problema i mogućnost detaljne analize dobivenih rješenja. Takav se trend u svijetu zadržao i do današnjih dana, a kako se gotovo svakodnevno pojavljuju i sve složeniji problemi i sve bolji računalni programi, može se očekivati daljnji razvoj ove znanstvene discipline, kao i njezina sve veća i šira praktična primjena.

Republika Hrvatska gotovo da i nema vlastitih publikacija na temu višekriterijskoga odlučivanja i primjena njegovih metoda na probleme prometa i transporta. Dosadašnje europske i svjetske publikacije bavile su se uglavnom optimizacijom transporta i transportnih problema, te predlaganjem metoda za njihovo rješavanje. Na području bivše SFRJ objavljena je nekolicina radova iz područja izvora varijanti prijevoza u prigradskomu prometu, upravljanju prometom u mreži signaliziranih raskrižja, projektiranja trasa željezničkih pruga itd.

U spomenute radove, među ostalima, pripadaju:

1.) Grupa autora: "Višekriterijalno programiranje", redaktor: Lj.Martić, Informator, Zagreb, 1978.

2.) L. Neralić: "Uvod u matematičko programiranje 1", Element, Zagreb, 2003.

3.) D. Kalpić et. al.: "Višekriterijsko odlučivanje", Fakultet organizacije i informatike, Varaždin, 2003.

3.) I. Abramović: "Teorija rizika i metode odlučivanja", Fakultet organizacije i informatike, Varaždin, 1980.

4.) M. Čupić: "Uvod u teoriju odlučivanja", Naučna knjiga, Beograd, 1987.

5.) I.Nikolić, S.Borović: "Višekriterijumska optimizacija – metode, primena u logistici, softver", Vojnoizdavački zavod, Beograd, 1996.

6.) S. Opricović: "Višekriterijumska optimizacija sistema u građevinarstvu", Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1998.

7.) M. Zeleny: "Multiple Criteria Decision Making". McGraw-Hill, New York, 1982.

8.) Ph. Vincke: "Multiple Criteria Decision-Aid", John Wiley&Sons, Chichester, 1992.

9.) J.P.Brans: "A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis", Operational Research '84, North Holland, 1984.

10.) G.K.Tayi: "Bicriteria Transportation Problem – An Alternate Approach", Socio-Economic Planning Sciences, 20, 1986, pp. 127. – 130.

1.4. PRIMJENJENE ZNANSTVENE METODE

Kako bi se što sustavnije i preciznije obradila problematika, prigodom izrade znanstvenoga magistarskoga rada korištene su brojne znanstvene metode, od kojih su najvažnije sljedeće: matematička metoda kao metoda cilja dokazivanja postavljene hipoteze, metoda modeliranja, Delfi metoda, metoda dokazivanja, metoda klasifikacije, metoda generalizacije i specifikacije, metoda analize i sinteze, metoda deskripcije, komparativna metoda, aksiomatska metoda i metoda studija slučaja.

1.5. KOMPOZICIJA RADA

Nakon uvodnoga poglavlja, u drugome se poglavlju obrađuju osnovni pojmovi i rezultati teorije odlučivanja. Osim osnovnih pojmova navodi se jedan od potpunih sistematskih prikaza svih faza procesa odlučivanja koji se relativno rijetko pojavljuju u znanstvenim radovima.

U trećemu se poglavlju definiraju osnovni pojmovi višekriterijskoga odlučivanja, pri čemu je nešto više pozornosti posvećeno skupu alternativa, te preferencijskoj strukturi. Većina dosadašnjih radova, naime, posve neopravdano zanemaruje te dijelove višekriterijskoga odlučivanja i naglasak stavlja na metode odlučivanja. Navode se i osnovni pojmovi jednokriterijske optimizacije kako bi se kasnije oni mogli poopćiti na slučaj višekriterijske optimizacije. Detaljnije se razmatra i standardna podjela višekriterijskoga odlučivanja na višeciljno i višeatributno.

U četvrtomu se poglavlju opisuju metode višekriterijskoga odlučivanja. Najprije se opisuje podjela tih metoda prema načinu uključivanja donositelja odluke u proces odlučivanja, a potom se navodi kratak pregled nekih od najpoznatijih metoda (višekriterijska simpleks metoda, PROMETHEE, ELECTRE i AHP). Detaljnija razmatranja se izostavljaju zbog opsežnosti dosadašnjih znanstvenih radova na tu temu.

U petomu se poglavlju vrlo detaljno i sustavno razrađuje metoda višekriterijskoga kompromisnoga rangiranja (VIKOR). Najprije se razmatraju osnovna načela kompromisnoga programiranja, a potom se daje detaljan algoritamski opis same metode uz ilustraciju na konkretnim primjerima riješenima bez uporabe računalnoga programa.

U šestome se poglavlju razmatraju primjeri primjene metoda iz 4. i 5. poglavlja na odabrane probleme prometa i transporta. Od dobro strukturiranih problema razmatra se višekriterijski transportni problem (s posebnim osvrtom na dvokriterijski transportni problem), a od loše strukturiranih problema razmatraju se izbor trase ceste, odnosno željezničke pruge. Ti su problemi riješeni uporabom metode VIKOR s posebnim naglaskom na analizu stabilnosti preferencijske strukture koja se rabi prigodom analize kvalitete predloženoga kompromisnoga rješenja.

U sedmome poglavlju razmatraju se neki programski paketi rabljeni u višekriterijskom odlučivanju. U osnovnim su crtama razmotreni Bransov paket metoda PROMETHEE I i II, te EXPERT CHOICE, dok je detaljnije razmotren programski paket VIKOR zasnovan na istoimenoj metodi. Jedan od primjera riješenih analitički u 5. poglavlju, riješen je uporabom toga programskoga paketa uz analizu pripadne preferencijske strukture.

U zaključku rada navode se razlozi za potrebom veće primjene višekriterijskoga odlučivanja u rješavanju suvremenih prometnih problema.

1.6. OČEKIVANI ZNANSTVENI DOPRINOS ISTRAŽIVANJA

Rezultati provedenoga znanstvenoga istraživanja trebali bi barem djelomično upotpuniti prazninu koja postoji u domaćoj stručnoj literaturi iz ovoga područja, te dati poticaj za objavljivanje i drugih radova iz ovoga područja. Teorijske postavke i praktične primjene višekriterijskoga odlučivanja u prometu i transportu trebali bi dati doprinos i svrstavanju višekriterijskoga odlučivanja u skupinu znanstvenih metoda rabljenih u znanstvenom pristupu prometu u okviru tehničkih znanosti.

1.7. PRIMJENA REZULTATA ISTRAŽIVANJA

Rezultate istraživanja moguće je primijeniti na rješavanje problema u svim vrstama prometa, kao i za razvoj i prilagodbu računalnih programa namijenjenih u te svrhe. Nadalje, upoznavanje prometnih stručnjaka s tim rezultatima i njihova izobrazba na području višekriterijskoga odlučivanja podići će razinu stručnoga znanja, a time i ugled u krugu europskih i svjetskih prometnih stručnjaka rezultat kojega će biti i podizanje znanstvenoga ugleda Republike Hrvatske na polju prometnih znanosti.

§2. OSNOVE TEORIJE ODLUČIVANJA

2.1. OSNOVNI POJMOVI ODLUČIVANJA

Donošenje odluka, odnosno potreba za njime neprekidno je prisutno u svim područjima ljudskih aktivnosti neovisno o tome je li riječ o pojedincu, skupini ljudi, tvrtki, državi itd. Stoga je posve utemeljeno znanstveno izučavanje odlučivanja, odnosno razvoj teorije odlučivanja kao zasebne znanstvene discipline. Taj se razvoj javlja nakon završetka Drugoga svjetskoga rata. Zajedničko obilježje svih radova iz područja teorije odlučivanja jest da je za donošenje neke odluke, u pravilu, na raspolaganju više mogućih odluka koje se nazivaju *alternative*. Premda doslovan prijevod te grčke riječi glasi "*druga od dviju mogućnosti*", što znači da bi se ona mogla rabiti samo u slučajevima kada se bira između dviju odluka, danas se taj izraz rabi u znatno širemu kontekstu (odnosno i u slučajevima u kojima se bira između barem dviju odluka) pa je općeprihvaćen u teoriji odlučivanja.

U nastavku se daje pregled osnovnih definicija teorije odlučivanja[1].

Definicija 1. *Odlučivanje* je proces u kojem se vrši izbor između više mogućih alternativnih rješenja nekoga problema. Skup svih raspoloživih alternativa (odnosno radnji) često se naziva i *strategija*.

Definicija 2. *Odluka* je rezultat procesa odlučivanja. Ona se donosi radi ispunjenja određenih ciljeva postavljenih u promatranomu problemu.

Definicija 3. *Donositelj odluke* ili *odlučitelj* je svaki čimbenik koji ima nadležnost odlučivanja, te snosi cjelokupnu odgovornost za donesenu odluku. Donositelj odluke može biti pojedinac (npr. menadžer neke tvrtke) ili grupa ljudi (npr. skupština dioničara).

Za donošenje odluke nije važan ukupan broj alternativa. Odluka se može donijeti čak i u slučajevima s točno jednom alternativom, te u slučajevima kada se ne izvrši izbor između alternativa. No, dok u jednostavnijim problemima za donošenje odluke treba napraviti relativno jednostavne analize u relativno kratkomu vremenu, složeniji problemi zahtijevaju prethodnu provedbu odgovarajućih priprema i aktivnosti. U takvim se slučajevima odluka donosi u *procesu donošenja odluke* ili *procesu odlučivanja*. Formalna definicija toga pojma jest sljedeća:

Definicija 4. *Proces odlučivanja* je niz međusobno povezanih i uvjetovanih radnji koje se sukcesivno odvijaju težeći krajnjemu cilju – donošenju određene odluke.

Prema tome, svrha je odlučivanja doći do neke određene odluke. Pritom se pod pojmom *svrha* podrazumijeva opravdavanje postupka, a pod pojmom *cilj* rezultat kojega treba postići tim postupkom. Dobiveni rezultat može:

– u cijelosti ostvariti zadani cilj;
– djelomično ostvariti zadani cilj;

---

[1] Detaljnije o tome cf. Čupić [4], [5] i Zeleny [20].

– ne ostvariti zadani cilj.

Budući da se neka odluka donosi u sadašnjosti na temelju stanja stvorenoga u prošlosti, slijedi da ona nije neovisna o ranije donesenim odlukama. Nadalje, budući da će se njezine posljedice tek ostvariti u budućnosti, ona nije neovisna niti o odlukama koje će se tek donijeti. Stoga se prigodom donošenja odluke obično uzimaju u obzir sljedeći parametri:

a) *važnost* ili *značaj* iskazan kroz ciljeve koje treba ostvariti odlukom;

b) *vrijeme* potrebno za donošenje odluke (odluku treba donijeti pravodobno);

c) *troškovi* koji moraju biti manji od vrijednosti same odluke, pri čemu valja primijetiti da cijena loše odluke može biti vrlo visoka (npr. pogrešna poslovna politika managera neke tvrtke može uzrokovati stečaj ili potpuni bankrot te tvrtke);

d) *složenost* odluke stupanj koje je određen razmatranjem velikoga broja podataka, njihove međusobne ovisnosti, pouzdanosti i cjelovitosti.

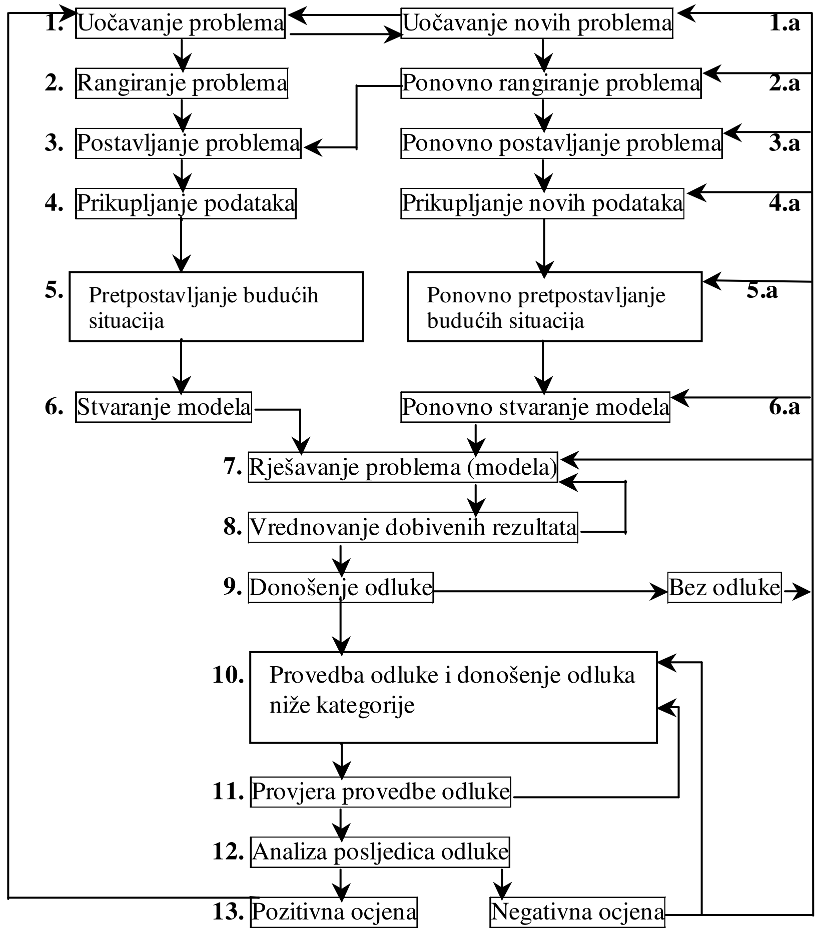
U realnim se problemima vrlo često postavljaju zahtjevi za ostvarivanjem više ciljeva, pri čemu na svaki pojedini ostvaraj utječe velik broj čimbenika. Stoga se odlučivanje vrši analizom trenutno najznačajnijih čimbenika i nastojanjem za istodobnim ostvarenjem što više ciljeva. Pri tom se razlikuju sljedeće vrste odlučivanja:

a) *znanstveno* ili *racionalno odlučivanje* koje donosi odluku na temelju kvantitativnih analiza svih dostupnih podataka primjenom odgovarajućih znanstvenih metoda;

b) *intuitivno odlučivanje* zasnovano na iskustvima stečenima u sličnim situacijama iz prakse.

Znanstveno je odlučivanje predmet brojnih znanstvenih radova. Svi oni nastoje taj proces podijeliti na što više dijelova (*faza*). U tim se podjelama vrlo često zanemaruje analiza odluke, te možebitni ispravak odluke. Budući da se u realnim problemima često javljaju situacije da već donesena odluka ne mora ostati u svome prvotnome obliku, nego se može i dopunjavati, u cijelosti izmijeniti ili, pak, zamijeniti odlukom o nekom drugom problemu, jedna od prihvatljivijih podjela procesa odlučivanja jest sljedeća[2]:

[2] Cf. infra sliku 1. Faze procesa odlučivanja.



Slika 1. Faze procesa odlučivanja

Detaljan opis svake od navedenih faza se ne navodi jer se faze smatraju intuitivno shvatljivima. Treba napomenuti da su u većini radova faze 10. i 13. izostavljene.

2.2. MATEMATIČKI MODELI I METODE OPTIMIZACIJE

Budući da se znanstveno odlučivanje zasniva na rastavljanju pojedine odluke na dijelove (tj. na odluke niže kategorije) te na donošenju odluke na temelju obrazloženih činjenica, vrlo značajnu ulogu u ključnim fazama procesa odlučivanja imaju matematički modeli i metode optimizacije.

Matematički model realnoga sustava obuhvaća skup matematičkih relacija (analitičke formule, (ne)jednadžbe, logički operatori itd.) koje opisuju funkcioniranje određenoga sustava, odnosno karakteristike stanja sustava u ovisnosti o parametrima sustava, početnim uvjetima i vremenu. Formalno govoreći, matematički je model uređena trojka (M, U, f) gdje je M matematički model u užemu smislu (kojega najčešće tvore relacije između pojedinih veličina sustava), U skup uvjeta (ograničenja), te f kriterijska funkcija (ili funkcija cilja). Model ima sljedeće karakteristike[3]:

[3] Cf. Nikolić et.al. [13].

a) Predstavlja samo jednu od mogućih aproksimacija realnoga sustava. Model koji bi u cijelosti obuhvaćao točno sve elemente složenoga sustava, praktički je neuporabljiv za optimizaciju.

b) Namjena modela jest isključivo pomoći znanstveniku. Ni u kojemu slučaju model ne smije i ne može zamijeniti znanstvenika niti mu oduzeti odgovornost prigodom donošenja odluke.

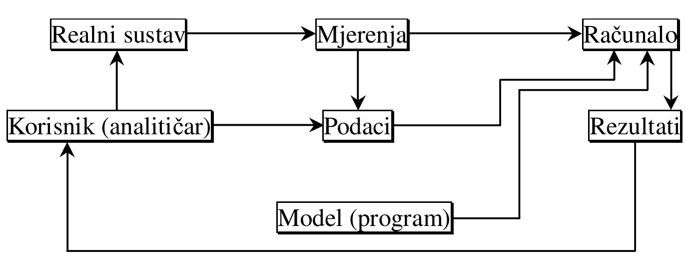
c) Ne daje nove podatke o sustavu, već omogućuje bolje shvaćanje sustava i njegova ponašanja na temelju postojećih podataka.

Prigodom stvaranja matematičkoga modela nužno je provesti sljedeće faze:

1. Definicija ciljeva;
2. Planiranje istraživanja;
3. Formuliranje problema;
4. Stvaranje matematičkoga modela;
5. Izbor metode rješavanja;
6. Programiranje i ispitivanje;
7. Prikupljanje podataka;
8. Vrednovanje dobivenih rezultata;
9. Implementacija dobivenih rezultata

Navedene faze pokrivaju ukupno sedam faza procesa donošenja odluke navedenih u prethodnoj točki počevši od faze rangiranja problema (faza 2) do zaključno s fazom vrednovanja dobivenih rezultata (faza 8). Kako se na temelju njih u sljedećoj fazi (faza 9) donosi odluka, to su navedene faze zapravo i najvažnije faze procesa donošenja odluke. Međutim, uspjeh rezultata odluke ne ovisi samo o njima, već i o provedbi same odluke, a osobito o analizama za donošenje nove odluke o istom ili drugom problemu uvjetovanim promjenama jednoga ili više parametara važnih za funkcioniranje sustava.

Usko vezane za matematički model jesu *metode optimizacije*. Općenito, svrha je optimizacije izabrati najbolje rješenje iz skupa svih mogućih alternativa ovisno o postavljenim ciljevima. Formalno se optimizacija svodi na određivanje ekstrema (minimuma ili maksimuma) kriterijske funkcije primjenom različitih metoda ovisno o vrstama relacija koje se pojavljuju u matematičkomu modelu u užemu smislu, kriterijskoj funkciji i postavljenim uvjetima. U pravilu se odvija uporabom različitih računalnih programa, što je prikazano na slici 2.



Slika 2. Odnosi čimbenika u procesu optimizacije

U postupku optimiziranja obično se primjenjuju sljedeća načela:

a) U početku se rabe jednostavniji modeli, a tek nakon podrobnoga izučavanja problema uključuju se svi parametri.

b) Model se razvija tako da se pomoću njega može rješavati jedna klasa međusobno sličnih problema. Općeniti modeli nisu praktični zbog velikoga broja zahtjeva vezanih za parametre.

c) Prije razvijanja modela utvrđuje se je li model tehnički moguć, ekonomski vrijedan, te hoće li biti (organizacijski) prihvaćen i upotrijebljen.

d) Ukoliko uspjeh modela ovisi o njegovoj praktičnoj primjeni, u njegovu razvoju sudjeluju i potencijalni korisnici koji se ujedno i osposobljavaju za uspješnu uporabu modela

e) Prikupljanje podataka odvija se usporedno s razvojem modela.

f) Izrađuje se detaljna dokumentacija o modelu radi njegove što bolje primjene u praksi.

g) Ukoliko se model ne rabi samo jednokratno, on se usavršava na temelju rezultata primjene i eventualnih novih uvjeta ili parametara koji se mogu pojaviti u sustavu.

2.3. SKUP UVJETA I KRITERIJSKA FUNKCIJA (FUNKCIJA CILJA)

Svaki sustav neovisno o svojemu ustroju ostvaruje svoje ciljeve pod različitim uvjetima. Oni su najčešće posljedica karakteristika samoga sustava, ograničenosti kapaciteta i sl. Za svaki postavljeni cilj posebno se određuju skup uvjeta U i kriterijska funkcija f.

Skup uvjeta U obično se određuje sustavom od $m \in \mathbf{N}$ jednadžbi i(li) nejednadžbi u kojima se javljaju iste nepoznanice $x_1, x_2, \ldots, x_n$ koje tvore n – dimenzionalni vektor $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{R}^n$. Geometrijski je U skup hiperploha i(li) hiperravnina n – dimenzionalnoga prostora $\mathbf{R}^n$. Pomoću njega se određuje područje definicije $\mathcal{D}$ iz kojega se bira vektor x za kojega kriterijska funkcija f poprima ekstremnu vrijednost. Stoga se donošenje odluke uvijek provodi na temelju vektorâ za koje f poprima ekstremne vrijednosti.

Spomenuti uvjeti obično se dobiju matematičkim modeliranjem ograničenja pojedinih kapaciteta (materijal, financijska sredstva, strojevi itd.). Osim njih postoje i prirodna ograničenja koja zahtijevaju da sve komponente vektora X moraju biti nenegativne, tj. za sve $i = 1, 2, \ldots, n$ mora vrijediti $x_i \geq 0$. Te su nejednakosti izravna posljedica interpretacije svake pojedine nepoznanice.

U praksi se javljaju sljedeći slučajevi skupa U[4]:

a) Skup U je proturječan. To znači da postoje barem dva uvjeta koja ne mogu biti istodobno valjana niti za jedan $x \in \mathcal{D}$. Formalno, ako je $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_m, u_{m+1}, \ldots, u_{m+n}\}$, gdje su $u_1, u_2, \ldots, u_m$ (ne)jednadžbe dobivene interpretacijom ograničenosti kapaciteta, a

[4] Cf. Petrić [16].

$u_{m+1}, \ldots, u_{m+n}$ prirodna ograničenja, onda se pomoću familije booleovskih funkcija $B_{ij} : \mathcal{D} \subset \mathbf{R}^n \to \{0, 1\}$ definirane s

$$B_{ij}(x) = \begin{cases} 1, \text{ako } x \text{ zadovoljava } u_i \text{ i } u_j, \\ 0, \text{ako } x \text{ ne zadovoljava } u_i \text{ ili } u_j; \end{cases} \tag{2.1}$$

za $i, j = 1, 2, \ldots, m + n$, može zaključiti da je skup U proturječan ako i samo ako je za sve $x \in \mathcal{D}$ valjana nejednakost

$$\sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} B_{ij}(x) < (m+n)^2 \tag{2.2}$$

b) Skup U nije proturječan, a područje $\mathcal{D}$ određeno skupom U je neomeđeno. U tome se slučaju ekstremi kriterijske funkcije na $\mathcal{D}$ mogu odrediti samo uz uvjet da je funkcija f omeđena na $\mathcal{D}$. Taj uvjet je nužan, ali ne i dovoljan jer omeđena funkcija f općenito ne mora imati najmanju, odnosno najveću vrijednost (npr. ukoliko je slika te funkcije otvoreni interval u $\mathcal{D}$).

c) Skup U nije proturječan, a područje $\mathcal{D}$ omeđeno skupom U nije omeđeno. Tada se ekstremne vrijednosti ne mogu odrediti samo ako je restrikcija funkcije f na skupu $\mathcal{D}$ neomeđena funkcija. (U ostalim je slučajevima moguće određivanje ekstremnih vrijednosti.)

Kriterijska funkcija f obično se najprije zadaje deskriptivno (verbalnim opisom željenoga cilja), pa se potom postupno prevodi na analitički oblik, odnosno odgovarajući matematički model. Složenost toga postupka u praksi ovisi o složenosti samoga sustava. U matematičkom je smislu funkcija f realna funkcija od $n \in \mathbf{N}$ realnih varijabli čije se ekstremne vrijednosti žele odrediti. Minimalne vrijednosti određuju se ukoliko se pomoću funkcije f izražavaju npr. vrijeme transporta neke robe, troškovi, potrošnja goriva i sl., dok se maksimalne vrijednosti određuju ukoliko se pomoću funkcije f izražavaju npr. dobit, učinak itd. Radi boljega shvaćanja željenoga cilja, ali i samoga sustava u cjelini, zapisivanje kriterijske funkcije u njezinu analitičkomu obliku predstavlja gotovo nužan korak u rješavanju postavljenih problema.

§3. OSNOVNI POJMOVI VIŠEKRITERIJSKOGA ODLUČIVANJA

3.1. SKUP ALTERNATIVA

Određivanje skupa alternativa u pravilu je početni korak višekriterijskoga odlučivanja. Zbog relativno maloga broja znanstvenih radova koji se njime bave, ovdje se taj problem detaljnije razmatra.

Osnovna definicija je sljedeća:

Definicija 1. *Skup alternativa* A je osnovni skup objekata, odluka, kandidata itd. kojega se proučava tijekom procesa odlučivanja. Obično se zadaje na jedan od sljedećih načina:

1) ispisivanjem točno svih elemenata skupa A (u slučajevima kada je A konačan skup sa dovoljno malo elemenata za takav ispis);

2) zadavanjem jednoga ili više svojstava koja zadovoljavaju svi elementi skupa A (u slučajevima kada je A ili beskonačan ili konačan, ali prevelik za ispisivanje).

Ovisno o složenosti problema višekriterijskoga odlučivanja nije moguće unaprijed (tj. *a priori*) zadati skup A. Može se dogoditi da se taj skup zadaje postupno tijekom samoga procesa odlučivanja, pa se zbog toga skupovi alternativa dijele na:

– *stabilne* (unaprijed zadane i zatvorene na promjene tijekom procesa odlučivanja);
– *promjenljive* (s mogućnošću mijenjanja tijekom procesa odlučivanja uslijed npr. međurezultata dobivenih tim procesom).

Općenito, skup A ne mora nužno predstavljati samo po sebi lako razumljivo predočavanje realnoga procesa. U procesu odlučivanja moguće je rabiti čak i nekoliko različitih skupova alternativa, pri čemu priroda svakoga od njih (stabilan ili promjenljiv) ovisi o učinjenom izboru. Valja istaknuti da *ne* postoji točno jedno "dobro" zadavanje skupa A jer neka zadavanja mogu voditi na jednostavnije preferencijske strukture[5], ali istodobno i na vrlo složene primjene metoda odlučivanja, dok druga zadavanja mogu imati obilježja suprotna navedenima. Stoga zadavanje skupa A ne ovisi samo o rješavanomu problemu i čimbenicima uključenima u proces odlučivanja, nego i o definiranju cilja, preferencijskoj strukturi, utvrđivanju problema i odabiru odgovarajuće metode višekriterijskoga odlučivanja.

Primjer 3.1. U određenoj regiji treba izgraditi dvije hidrocentrale. Istraživačke studije pokazale su da je za mjesto izgradnje hidrocentrale pogodno ukupno 8 lokacija. Donositelj odluke mora izabrati dvije od tih 8 lokacija, pri čemu njegov izbor mora biti uravnotežen, tj. ne smije preferirati niti jedan dio regije. Zbog toga izbor druge lokacije snažno ovisi o izboru prve. U ovom problemu postoje ukupno 2 moguća skupa alternativa: A_1 čiji su elementi točno sve lokacije (pa je $card(A_1) = 8$) i A_2 čiji su elementi točno svi neprazni dvočlani podskupovi

[5] Cf. infra točku 3.2. Preferencijska struktura.

skupa A_1 (pa je $card(A_2) = 28$). Oba ta skupa su konačna i stabilna, mogu se zadati ispisivanjem svih svojih elemenata, ali je u rješavanju problema za skup alternativa primjerenije odabrati skup A_2 jer modeliranje prednosti i ciljeva mora biti primjenjivo na parove lokacija, a ne na svaku lokaciju posebno.

Primjer 3.2. Upravni odbor neke tvrtke treba odlučiti hoće li se nastaviti s radom na postojećim istraživačkim projektima, te hoće li prihvatiti ili odbiti nove istraživačke projekte. U ovome je slučaju skup A konačan i promjenljiv skup jer prihvaćanje, odnosno odbijanje novih istraživačkih projekata snažno ovisi o nastavku rada na postojećim istraživačkim projektima (međurezultat u procesu odlučivanja).

Primjer 3.3. Neka tvornica proizvodi razne proizvode od plastike. Budući kupci određuju svojstva svakoga od njih (savitljivost, otpornost, boja, masa itd.) koja ovise o količinama različitih tvari uporabljenih pri proizvodnji plastike. Uprava treba organizirati proizvodnju tako da kupci budu što zadovoljniji. U ovome je slučaju skup A beskonačan skup i zadaje se pomoću matematičkoga modela pogodnoga za interpretaciju fizikalnih i kemijskih svojstava smjese u ovisnosti o tvarima koje ju tvore. A je također i promjenljiv skup jer se uvjeti i količina pojedinih tvari mijenjaju od proizvoda do proizvoda.

3.2. PREFERENCIJSKA STRUKTURA

Davanje prednosti (*preferiranje*) jedan je od vrlo bitnih elemenata života kako pojedinca, tako i čovječanstva u cjelini. Modeliranje toga elementa predstavlja jedan od nužnih koraka ne samo u teoriji odlučivanja, nego i u ekonomiji, psihologiji, sociologiji, prometnim znanostima itd., a polje njegova istraživanja i nadalje se proširuje. Ovdje se opisuju osnovna načela i ideje protkani u većini radova iz ovoga područja.

Ukoliko u procesu donošenja odluke donositelj odluke mora usporediti dvije alternative a i b, rezultat njegove usporedbe je:

1) davanje prednosti jednoj od alternativa;
2) nerazlikovanje alternativa (obje su jednako važne);
3) odbijanje obiju alternativa ili nemogućnost njihova uspoređivanja.

Simbolima se to može zapisati na sljedeći način:

$a\ P\ b$ ako je dana prednost alternativi a, (3.1)
$b\ P\ a$ ako je dana prednost alternativi b, (3.2)
$a\ I\ b$ ako su alternative jednako važne, (3.3)
$a\ J\ b$ za odbijanje ili neusporedivost alternativa. (3.4)

Poopćavanje ovoga razmatranja dovodi do sljedeće definicije.

Definicija 1. Ako je A skup alternativa, onda se *relacija preferencije P na skupu A* definira kao skup

$$P = \{(a, b) : a, b \in A, a\ P\ b\}. \tag{3.5}$$

Potpuno analogno se definiraju *relacija nerazlikovanja* ili *indiferencije I*, te *relacija neusporedivosti* ili *nekomparabilnosti J* (također na skupu A).

Kako bi ove relacije u cijelosti opisivale realne situacije u kojima se javljaju preferiranje, indiferencija i nekomparabilnost, pretpostavlja se da relacija P ima svojstvo asimetričnosti (tj. ako vrijedi relacija $a\ P\ b$, onda ne vrijedi relacija $b\ P\ a$), relacija I svojstva refleksivnosti (tj. vrijedi relacija: $a\ I\ a$) i simetričnosti (tj. vrijedi relacija: $a\ I\ b \Rightarrow b\ I\ a$), a relacija J svojstva irefleksivnosti (tj. ne vrijedi relacija: $a\ J\ a$) i simetričnosti.

<u>Definicija 2.</u> *Preferencijska struktura* na skupu alternativa A jest uređena trojka (P, I, J) relacijâ P, I i J s prethodno navedenim svojstvima, pri čemu se još postavlja dodatni uvjet da za svaka dva elementa a i b skupa A vrijedi točno jedna od sljedećih relacija:

$$a\ P\ b,\ b\ P\ a,\ a\ I\ b,\ a\ J\ b. \tag{3.6}$$

Preferencijska se struktura u cijelosti može opisati zadavanjem relacije S na sljedeći način: Ako su zadane relacije P, I i J, onda se relacija S definira s

$$a\ S\ b \text{ ako i samo ako je ili } a\ P\ b \text{ ili } a\ I\ b \tag{3.7}$$

(Odabire se ili jedna od alternativa ili su obje jednako važne.) Relacija S naziva se *karakteristična relacija preferencijske strukture*. Može se pokazati da vrijedi

$$S = P \cup I. \tag{3.8}$$

Obrnuto, ako je zadana relacija S, onda se relacije P, I i J definiraju s

$$a\ P\ b \text{ ako i samo ako je } a\ S\ b \text{ i } b\ \$\ a; \tag{3.9}$$
$$a\ I\ b \text{ ako i samo ako je } a\ S\ b \text{ i } b\ S\ a; \tag{3.10}$$
$$a\ J\ b \text{ ako i samo ako je } a\ \$\ b \text{ i } b\ \$\ a. \tag{3.11}$$

Grafički se preferencijska struktura prikladno može prikazati na sljedeći način:

a •--→------• b   a P b
a •-----------• b   a I b
a •   • b   a J b

U praksi (operacijska istraživanja, ekonomski modeli i sl.) obično se rabi tzv. *tradicionalna preferencijska struktura* koja se sastoji od prevođenja procesa odlučivanja na optimizaciju određene realne funkcije $g : A \to \mathbf{R}$ definirane na skupu alternativa A. Riječ je o tome da se (u slučaju maksimizacije) definira

$$a\ P\ b \text{ ako i samo ako je } g(a) > g(b) \tag{3.11}$$
$$a\ I\ b \text{ ako i samo ako je } g(a) = g(b) \tag{3.12}$$

ili ekvivalentno

$$a\ S\ b \text{ ako i samo ako je } g(a) \geq g(b), \tag{3.13}$$

i to za sve $a, b \in A$. U ovome je slučaju $J = \varnothing$ (nema neusporedivih elemenata), relacije P i I su tranzitivne, a relacija S je potpuna i tranzitivna. To su dovoljni uvjeti za osiguranje postojanja funkcije g, odnosno za upotpunjenje *tradicionalnoga preferencijskoga modela*[6].

Treba spomenuti da su za praksu značajni sljedeći preferencijski modeli:

– *modeli s konstantnim pragom*,
– *modeli s promjenljivim pragom*,
– *modeli s pragom indiferencije i pragom preferencije*,
– *modeli koji uključuju neusporedivost alternativa*

i drugi modeli zasnovani na različitim (potpuno uređenim, poluuređenim ili intervalno uređenim) preferencijskim strukturama. Detalji o tome se izostavljaju[7].

Razvojem računala ostvaren je velik napredak u polju obrade podataka, a pogotovo u implementaciji statističkih tehnika (poput faktorijalne analize) koje omogućuju geometrijsku reprezentaciju, odnosno vizualizaciju podataka, a prilagođene su i slučajevima u kojima se iznose podaci o preferencijama. Skupljanje podataka o preferencijama i dalje je otvoren problem jer su istraživanja pokazala da npr. način postavljanja pitanja ispitaniku može bitno utjecati na njegovo ponašanje (tj. odgovaranje). Do danas nije razvijena opća metodologija skupljanja podataka o preferencijama, no, očekuje se da bi uporaba nekih interaktivnih programa (npr. PREFCALC-a) mogla dati određene rezultate.

3.3. PREGLED OSNOVNIH POJMOVA JEDNOKRITERIJSKE OPTIMIZACIJE

Rješavanje problema jednokriterijske (uvjetne) optimizacije podrazumijeva stvaranje matematičkoga modela kojega tvore točno jedna kriterijska funkcija $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ čije se ekstremne vrijednosti žele odrediti, te skup uvjeta $U = \{g_i(x) \leq 0 : i = 1, \ldots, m\}$, pri čemu je $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ vektor čije su komponente nenegativne nepoznanice $x_1, \ldots, x_n$[8], a $g_i : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ realne funkcije ukupno n realnih varijabli. Zbog toga se opći matematički model s jednom kriterijskom funkcijom može zapisati u sljedećem obliku[9]:

$$\left.\begin{array}{c} \text{optimizirati } f(x) \\ \text{pod uvjetima (skraćeno: p.u.)} \\ g_i(x) \leq 0, \text{ za svaki } i = 1, \ldots, m, \\ x_i \geq 0, \text{ za svaki } i = 1, \ldots, n. \end{array}\right\} \tag{3.14}$$

[6] Zapravo, ti su uvjeti dovoljni ako je skup A konačan ili prebrojiv. Ukoliko je skup A neprebrojiv, moraju se dodati određeni topološki uvjeti koji općenito vrijede u primjenama na realne procese.
[7] Cf. Vincke [19].
[8] Cf. supra točku 2.2. Matematički modeli i metode optimizacije.
[9] O tome cf. Neralić [12] i Petrić: op.cit.

Ovisno o (ne)linearnosti funkcija koje određuju kriterij i uvjete, ti se modeli mogu podijeliti na:

– *linearne* (u kojima su kriterijska funkcija i funkcije koje određuju uvjete linearne funkcije);
– *nelinearne* (u kojima je bar jedna od spomenutih funkcija nelinearna).

Ukoliko su sve komponente nekoga vektora x_0 nenegativne, a za sâm vektor vrijede sve nejednakosti $g_i(x_0) \leq 0$, onda se x_0 naziva *moguće* ili *dopustivo rješenje*. Svi vektori x za koje vrijede gornje nejednakosti tvore *skup mogućih rješenja* ili *kriterijski skup* (taj se skup označava sa X). Element skupa X za kojega kriterijska funkcija f poprima ekstremnu vrijednost naziva se *optimalno rješenje*. Svakome pojedinomu modelu pridruženo je ili jedinstveno optimalno rješenje (obično se označava sa x^*) ili skup optimalnih rješenja X^* takav da za svaka dva elementa $x_1, x_2 \in X^*$ vrijedi

$$f(x_1) = f(x_2). \tag{3.15}$$

Budući da se u ovom radu obrađuje višekriterijsko odlučivanje, detalji se izostavljaju[10].

3.4. VIŠECILJNO ODLUČIVANJE

Višeciljno odlučivanje primjenjuje se u tzv. *dobro strukturiranim problemima* u kojima se skup uvjeta U može pogodno matematički opisati (realnim funkcijama od n realnih varijabli), što općenito ne mora biti slučaj. Zbog toga se problemi višekriterijskoga odlučivanja dijele na dobro strukturirane i loše strukturirane, a sâmo višekriterijsko odlučivanje na *višeciljno* (rabi se prigodom rješavanja dobro strukturiranih problema) i *višeatributno* (rabi se prigodom rješavanja loše strukturiranih problema).

Treba napomenuti da se u višeciljnom odlučivanju umjesto naziva *kriterijska funkcija* rabi alternativni naziv *funkcija cilja* (otuda i naziv te vrste odlučivanja), dok se u višeatributnom odlučivanju umjesto naziva *kriterij* rabi naziv *atribut* (otuda i naziv te vrste odlučivanja). U ovom se radu konzistentno rabi naziv *kriterijska funkcija* neovisno o tome razmatraju li se dobro ili loše strukturirani problemi.

Matematički model odlučivanja s više kriterijskih funkcija najčešće se zadaje na sljedeći način[11]:

$$\left.\begin{array}{l} \text{optimizirati } \{f_1(x), f_2(x), \ldots, f_k(x)\} \\ \text{pod uvjetima (skraćeno: p.u.)} \\ g_i(x) \leq 0, \text{ za svaki } i = 1, 2, \ldots, m; \\ x \geq 0. \end{array}\right\} \tag{3.16}$$

[10] Detaljnije o tome cf. Neralić: op.cit..
[11] Cf. Martić et.al. [8], Nikolić et.al.: op.cit. i Hwang [9], [10].

Analogno kao i u prethodnim točkama, i ovdje se pretpostavlja da je x n – dimenzionalni realni vektor zapisan u obliku $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbf{R}^n$. Stoga je uvjet $x \geq 0$ ekvivalentan uvjetu

$$x_i \geq 0, \text{ za svaki } i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3.17}$$

Za razliku od jednokriterijskoga odlučivanja, ovdje se javlja ukupno k kriterijskih funkcija, pri čemu se pretpostavlja da je $k \in \mathbf{N}$, $k \geq 2$. Sve su te funkcije realne funkcije ukupno n realnih varijabli. Skup uvjeta U isti je kao i kod jednokriterijskoga odlučivanja: tvori ga točno m realnih funkcija ukupno n nenegativnih realnih varijabli.

Budući da se svaki problem minimizacije neke funkcije može svesti na njemu ekvivalentan problem maksimizacije zamjenom

$$min\, f(x) = -\, max\, f(x), \tag{3.18}$$

to se početni matematički model višeciljnoga odlučivanja može zapisati u obliku:

$$\left.\begin{array}{ll} & max\, \{f_1(x), f_2(x), \ldots, f_k(x)\} \\ \text{p.u.} & \\ & g_i(x) \leq 0, \text{ za svaki } i = 1, 2, \ldots, m; \\ & x \geq 0. \end{array}\right\} \tag{3.19}$$

Najjednostavniji slučaj višeciljnoga odlučivanja jest kada su sve kriterijske funkcije i svi uvjeti linearne funkcije. Takvo se višeciljno odlučivanje naziva *linearno*. Tada se gornji matematički model može zapisati u sljedećem obliku:

$$\left.\begin{array}{ll} & max\, \{f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j,\ i = 1, 2, \ldots, k\} \\ \text{p.u.} & \\ & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, \text{ za svaki } i = 1, 2, \ldots, m \\ & x_j \geq 0, \text{ za svaki } j = 1, 2, \ldots, n \end{array}\right\} \tag{3.20}$$

pri čemu su svi koeficijenti a_{ij}, b_j i c_{ij} realni brojevi. (Slučaj u kojemu kriterijska funkcija ili uvjeti nisu linearne funkcije ovdje se ne razmatra[12].)

U višeciljnomu odlučivaju rabe se pojmovi i definicije analogni onima iz prethodne točke. Radi potpunosti navode se njihove točne definicije.

<u>**Definicija 1.**</u> *Moguće* ili *dopustivo rješenje* gornjega problema višeciljnoga odlučivanja je svaki n – dimenzionalni vektor $x_0 = (x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0n})$ čije komponente zadovoljavaju uvjete:

---

[12] Detaljnije o tome cf. S. Zlobec, J.Petrić: "Nelinearno programiranje", Naučna knjiga, Beograd, 1983.

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{0j} \le b_i \text{, za svaki } i = 1, 2, ..., m \\ &x_{0j} \ge 0, \text{ za svaki } j = 1, 2, ..., n \end{aligned}\right\} \tag{3.21}$$

Skup svih mogućih rješenja označava se sa X.

<u>Definicija 2.</u> Funkcija $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^k$ definirana formulom

$$f(x) = (f_1(x), \ldots, f_k(x)\} \tag{3.22}$$

naziva se *vektorska kriterijska funkcija*, a tvore je točno sve početne kriterijske funkcije.

<u>Definicija 3.</u> *Kriterijski skup S* je skup

$$S := \{f(x) : x \in X\}. \tag{3.23}$$

(Pritom je f vektorska kriterijska funkcija.)

Tako se početni problem maksimizacije funkcija $f_1(x)$, …, $f_k(x)$ svodi na problem određivanja maksimalnoga, odnosno najvećega elementa skupa S.

<u>Definicija 4.</u> Neka su rješavanjem k jednokriterijskih modela

$$\max_{x \in X} f_i(x) \tag{3.24}$$

(i = 1, 2, …, k) dobivena optimalna rješenja x_1^*, x_2^*, …, x_k^*. Tim su rješenjima pridružene odgovarajuće vrijednosti f_i^* kriterijskih funkcija:

$$f_i^* = f_i(x_i^*), i = 1, 2, \ldots, k. \tag{3.25}$$

Te se vrijednosti nazivaju *idealne vrijednosti kriterijskih funkcija*. Vektor čije su komponente idealne vrijednosti kriterijskih funkcija naziva se *idealna vrijednost vektorske kriterijske funkcije* (ili, kraće, *idealno rješenje*), te označava sa f^*.

Ovakvo "prevođenje" višekriterijskoga modela na više jednokriterijskih modela ima i svoje nedostatke. Naime, optimalno rješenje problema

$$\max_{x \in X} f_l(x) \tag{3.26}$$

(gdje je $l \in [k]$) općenito ne mora biti i optimalno rješenje problema

$$\max_{x \in X} f_p(x) \tag{3.27}$$

gdje je $p \in [k] \setminus \{l\}$. Točnije, vrijedi nejednakost

$$f_p(x_l^*) \le f_p^*. \tag{3.28}$$

Zbog toga ima smisla promatrati *posljedice optimalnih rješenja* koje je pregledno zapisati matrično:

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & . & . & f_{1k} \\ f_{21} & f_{22} & . & . & f_{2k} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ f_{k1} & f_{k2} & . & . & f_{kk} \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_k(\mathbf{R}), \tag{3.29}$$

pri čemu je

$$f_{ij} = f_i(x_j^*), \text{ za sve } i,\ j \in [k]. \tag{3.30}$$

Broj f_{ij} naziva se *posljedica* (*optimalnoga*) *rješenja* x_j^* *za kriterijsku funkciju* f_i.

Ukoliko neka od kriterijskih funkcija f_i ima više optimalnih rješenja, onda se kao posljedica za svaku od ostalih funkcija određuje ono rješenje za koje ta funkcija poprima najveću vrijednost. Formalno, ako kriterijska funkcija f_s ima optimalna rješenja $x_1, x_2, \dots, x_t$, onda se za bilo koju drugu funkciju cilja f_u, $u \in [k] \setminus \{s\}$, definira

$$f_{us} = max\, f_u(x_i),\ \ i = 1, 2, \dots, t. \tag{3.31}$$

Definicija 5. Ukoliko postoji $x^* \in \mathbf{R}^n$ takav da istodobno maksimizira sve kriterijske funkcije, onda se takav x^* naziva *savršeno rješenje* i za njega vrijedi:

$$f_i(x^*) = f_i^*. \tag{3.32}$$

Ukoliko je $x^* \in X$ (tj. ukoliko je x^* i moguće i savršeno rješenje), može se ustvrditi da se zapravo ne radi o višekriterijskoj optimizaciji. Općenito, modeli višekriterijske optimizacije nemaju rješenje koje je i moguće i savršeno jer su barem dva optimalna rješenja međusobno različita.

Definicija 6. Moguće rješenje $x \in X$ naziva se *efikasno* ili *nedominirano rješenje* ako ne postoji $x' \in X$ takav da vrijedi:

$$f_i(x') \ge f_i(x), \text{ za svaki } i \in [k], \tag{3.33}$$
$$f_i(x') \ne f_i(x), \text{ za neki } i \in [k]. \tag{3.34}$$

Ekvivalnentno, neko rješenje x je efikasno ako i samo ako ne postoji niti jedno rješenje x' koje je bar po jednoj funkciji cilja bolje od x, a istodobno po ostalima nije lošije od x. Skup efikasnih rješenja označava se sa E. Rješenje x koje nije efikasno naziva se *neefikasno* ili *dominirano rješenje*. Takva rješenja u pravilu se uvijek eliminiraju.

Definicija 7. Moguće rješenje $x \in X$ naziva se *kompromisno rješenje* ako je $f_i(x)$ dovoljno "blizu" f_i^*, pri čemu se udaljenost računa po tzv. *Lebesqueovoj* ili L_p – metrici[13]:

$$\|f(x) - f^*\| = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{k} \left| f_i(x) - f_i^* \right|^p}, \text{ za } 1 \le p \le +\infty. \tag{3.35}$$

Sva kompromisna i optimalna rješenja ujedno su i efikasna, pa se u matematičkom smislu za optimalno rješenje modela višekriterijskoga odlučivanja uzima skup E. No, prilikom primjene na realne procese u procesu odlučivanja donosi se odluka o izboru točno jednoga efikasnoga rješenja. Ono se obično naziva *preferirano* ili *najbolje rješenje*[14].

3.5. VIŠEATRIBUTNO ODLUČIVANJE

Višeatributno odlučivanje primjenjuje se prigodom rješavanja loše strukturiranih problema kada se skup uvjeta U ne može pogodno (odnosno, dovoljno dobro) matematički opisati (realnim funkcijama n realnih varijabli). Tada se kao skup uvjeta uzima skup A svih mogućih alternativa, pa se pripadni matematički model može zapisati u sljedećemu obliku:

$$\left.\begin{array}{ll} & \max\ \{f_1(x), f_2(x), \ldots, f_k(x)\} \\ \text{p.u.} & \\ & x \in A := \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}. \end{array}\right\} \tag{3.36}$$

Pritom se kriterijske funkcije $f_1, \ldots, f_k$ kraće nazivaju *atributi* (ili *kriteriji*), a sâm proces odlučivanja *višeatributno odlučivanje*.

Primjer 3.4. Zadan je problem

$$\left.\begin{array}{ll} & \max\ \{f_1(x), f_2(x)\} \\ \text{p.u.} & \\ & x \in A := \{a_1, a_2, a_3, a_4\} \end{array}\right\} \tag{3.37}$$

pri čemu su vrijednosti alternativa prikazane u Tablici 1.

---

[13] Cf. Kurepa [11].
[14] Cf. supra točku 3.2. Preferencijska struktura.

	$max\, f_1$	$max\, f_2$
A_1	30	90
A_2	30	80
a_3	50	75
a_4	60	50

Tablica 1. Vrijednosti alternativa u Primjeru 3.4.

Tada vrijedi[15]:

$$a_1\ P\ a_2, \tag{3.38}$$
$$a_i\ J\ a_j, \text{ za sve ostale uređene parove } (i, j),\ i \neq j, \tag{3.39}$$

pa slijedi da su a_1, a_3 i a_4 efikasna rješenja. Preferirano se rješenje u ovakvim slučajevima određuje na temelju daljnje analize.

Definicija 1. Ako je za neku alternativu $a_i \in A$ istinita izjava:

$$(a_i\ P\ a_j) \vee (a_i\ I\ a_j), \text{ za svaki } j \in [m], \tag{3.40}$$

onda ta alternativa *dominira* nad svim ostalim alternativama (ili, ekvivalentno, ta je alternativa *dominantna* nad ostalima), što se kraće zapisuje kao

$$a_i\ D\ a_j, \text{ za sve } j \in [m] \backslash \{i\}. \tag{3.41}$$

Može se pokazati[16] da je alternativa a_i dominantna ako za sve $n \in [k]$ i sve $j \in [m]$ vrijedi nejednakost:

$$f_n(a_i) \geq f_n(a_j). \tag{3.42}$$

Postojanje dominatne alternative ujedno povlači i postojanje savršenoga rješenja (to je upravo ta alternativa) pa se u takvim slučajevima ne pojavljuje problem višekriterijskoga odlučivanja. Međutim, problemi višekriterijskoga odlučivanja općenito nemaju dominantnu alternativu, a ako se ona eventualno i pojavi, može se zahtijevati rangiranje svih ostalih alternativa koje se provodi daljnjom analizom.

Podjela alternativa s obzirom na dominantnost dana je u sljedećim definicijama:

Definicija 2. Alernativa $a_i \in A$ je *efikasna* ili *nedominirana* ako ne postoji alternativa $a_j \in A$, $a_j \neq a_i$ takva da je $a_j\ D\ a_i$. Ekvivalentno, a_i je efikasna ako ne postoji alternativa a_j takva da vrijede nejednakosti:

$$f_n(a_i) \geq f_n(a_j), \text{ za sve } n \in [k], \tag{3.43}$$
$$f_p(a_j) > f_p(a_i), \text{ za neki } p \in [k]. \tag{3.44}$$

Ukoliko postoji više efikasnih alternativa, onda jedna od njih može poprimiti veću vrijednost određenoga atributa (u odnosu na ostale) ako i samo ako se smanji vrijednost

[15] Cf. supra oznake u točki 3.2. Preferencijska struktura.
[16] Cf. supra točku 3.2. Preferencijska struktura.

barem jednoga od ostalih atributa. Zbog toga se kaže da su efikasne alternative *neusporedive u smislu dominiranja*.

Definicija 3. Alternative a_i i a_j su *ekvivalentne* ako vrijedi:

$$f_n(a_i) = f_n(a_j), \text{ za sve } n \in [k]. \tag{3.45}$$

Definicija 4. Alternativa $a_i \in A$ je *neefikasna* ili *dominirana* ukoliko postoji barem jedna alternativa $a_j \in A$, $a_j \neq a_i$, takva da je $a_j\ D\ a_i$.

Primjer 3.5. Alternative a_1, a_3 i a_4 iz Primjera 3.4.[17] su efikasne, dok je alternativa a_2 neefikasna.

Može se dogoditi da se u procesu odlučivanja pojavi problem izbora jedne od nekoliko (barem dvije) efikasnih alternativa. U takvim se slučajevima najprije *reducira* pripadni *model* tako da se iz skupa A najprije izbace sve neefikasne alternative, a preostale podijele na klase ekvivalentnih alternativa. Prema aksiomu izbora u teoriji skupova iz svake je klase moguće odabrati točno jednoga predstavnika pa se od tih predstavnika formira novi skup alternativa.

Budući da je rješenje problema višeatributnoga odlučivanja skup svih efikasnih alternativa koji je (osim u slučaju reduciranja modela) jednak polaznomu skupu alternativa A, mogu se razlikovati tri osnovna načela rješavanja toga problema[18] (na kojima se zasnivaju i računalni programi namijenjeni rješavanju modela višeatributnoga odlučivanja[19]):

1.) *rangiranje* (poredati alternative od najbolje do najlošije);
2.) *izbor točno jedne alternative* (izbor najbolje alternative);
3.) *izbor više alternativa* (izbor unaprijed zadanoga broja alternativa počevši od najbolje ili izbor alternativa koje zadovoljavaju neke dodatne uvjete (koji ne tvore model višeatributnoga odlučivanja)).

---

[17] Cf. supra Primjer 3.4.
[18] Detaljnije o tome cf. Hwang: op.cit. i Nikolić et.al.: op.cit.
[19] Cf. supra poglavlje 7. Programska podrška za rješavanje problema višekriterijskoga odlučivanja

§4. METODE VIŠEKRITERIJSKOGA ODLUČIVANJA

Opća podjela metoda višekriterijskoga odlučivanja ne postoji, već se one obično dijele prema nekim kriterijima. Tako se u literaturi[20] mogu naći podjele prema načinu uključivanja donositelja odluke u proces odlučivanja, prema klasama problema koji se rješavaju pomoću tih metoda, prema postupku rješavanja itd.. Budući da se ovdje želi staviti naglasak na sâm proces odlučivanja u kojemu je donositelj odluke jedan od značajnih čimbenika, navodi se podjela metoda višekriterijskoga odlučivanja prema načinu uključivanja donositelja odluke u proces odlučivanja[21].

Prema tom se kriteriju metode višekriterijskoga odlučivanja mogu podijeliti u sljedeće grupe:

1.) interaktivne metode;
2.) stohastičke metode;
3.) metode za određivanje efikasnih rješenja;
4.) metode s unaprijed zadanom preferencijskom strukturom;
5.) metode kompromisnoga programiranja.

Osnovno obilježje *interaktivnih metodâ* jest aktivno uključivanje donositelja odluke u cijeli postupak višekriterijskoga odlučivanja. Osnovni koraci su sljedeći:

1.) Odredi se neko efikasno rješenje.
2.) Određeno efikasno rješenje predoči se donositelju odluke i iščekuje se njegova reakcija.
3.) Ako je donositelj odluke zadovoljan predloženim rješenjem, ono predstavlja odluku i proces je gotov.
4.) Ukoliko donositelj nije zadovoljan predloženim efikasnim rješenjem, određeno efikasno rješenje se odbacuje i traži se novo.

Ovaj se postupak ponavlja sve dok donositelj odluke ne bude zadovoljan određenim efikasnim rješenjem. Na opisani način donositelj odluke može dobro upoznati skup svih efikasnih, a time i skup svih mogućih rješenja. Nedostatak ove metode je što donositelj odluke često može biti nedosljedan u preferiranju određenih rješenja.

Stohastičke metode rabe se pri višekriterijskomu odlučivanju u procesima s određenom *neizvjesnošću* nastalom npr. uslijed nedovoljna poznavanja procesa i sustava koji se želi optimizirati. Nedefinirana preferencijska struktura obično predstavlja najvažniji izvor neizvjesnosti. U takvim se slučajevima pristupa analizi osjetljivosti rješenja koja se provodi nekim od algoritama za determinističku optimizaciju. Time se ne dobivaju smjernice za izbor rješenja, ali se može utvrditi utjecaj neizvjesnosti na rješenja. U tom se smislu definira tzv. "*struktura povjerenja*" na temelju koje se određuju efikasna rješenja. Tvorba preferencijske strukture koja bi sadržavala i "strukturu povjerenja" danas je još uvijek otvoren problem.

Osnovno obilježje *metodâ za određivanje efikasnih rješenja* jest određivanje cijeloga skupa efikasnih rješenja bez uključivanja preferencijske strukture. Polazi se od pretpostavke

---

[20] O tome cf. npr. Zeleny: op.cit..
[21] O tome cf. Opricović [14].

da preferencijska struktura nije formalno definirana (ili da ne može biti formalno definirana) zbog čega nije moguće odrediti (krajnju) kriterijsku funkciju koju treba optimizirati. Zbog toga se neka od mogućih rješenja obično eliminiraju na temelju vrijednosti kriterijskih funkcija pa se takvom eliminacijom dobije skup efikasnih rješenja E. Taj se skup potom izloži donositelju odluke i na osnovu njegove preferencije određuje se konačno rješenje. Ovakav postupak ne omogućuje donositelju odluke bolje upoznavanje samoga sustava.

Metode s unaprijed zadanom preferencijskom strukturom zasnivaju se na pretpostavci da se skup kriterijskih funkcija (tzv. *kriterijski prostor*) može potpuno ili djelomično (parcijalno) urediti. To se može učiniti jedino u slučaju kada su unaprijed zadane preferencije donositelja odluke na temelju kojih se definiraju relacije uređaja. Time se ujedno i omogućuje provedba postupka eliminacije u skupu efikasnih rješenja. Stoga se u ovim slučajevima proces višekriterijske optimizacije svodi na proces jednokriterijske optimizacije koji se potom rješava uobičajenim metodama. Nedostatak u primjeni ovih metoda jest taj što donositelj odluke često želi vidjeti barem preliminarne rezultate višekriterijske optimizacije, pa ne želi (ne zna ili ne može) unaprijed zadati preferencijsku strukturu.

Metodama kompromisnoga programiranja najprije se određuje *idealno rješenje*, odnosno vektor kojega tvore idealne vrijednosti kriterijskih funkcija. No, ono je vrlo rijetko i moguće rješenje (tj. element skupa mogućih rješenja X). Stoga se mora odrediti element skupa X "najbliži" idealnomu rješenju, pri čemu se udaljenost između rješenjâ računa pomoću L_p – metrike[22]. Taj se element naziva *kompromisno rješenje*. Budući da se u definiciji L_p – metrike kao parametar pojavljuje prirodan broj p, moguće je određivanje beskonačno mnogo kompromisnih rješenja (za svaki p po jedno). U praksi se obično određuju rješenja za $p = 1$, $p = 2$ i $p = \infty$, te se vrši njihova usporedba na osnovu odstupanja od idealnih vrijednosti (po pojedinim kriterijima), a nakon toga donosi se konačna odluka.

Treba istaknuti da je usporedba i vrednovanje metoda višekriterijske optimizacije također višekriterijski problem, pri čemu se razmatra je li neka metoda kvantitativna ili kvalitativna, aktivnost donositelja odluke, mogućnost primjene na što veću klasu problema itd. Budući da su u praksi donositelji odluke često složeno strukturirani subjekti (npr. nadzorni odbori, savjeti, skupštine i sl.), obično se kao najprihvatljivije uzimaju interaktivne metode, a kao najmanje prihvatljive metode s unaprijed zadanom preferencijskom strukturom.

U problemima vezanima za promet u kojima treba donijeti neku odluku, donositelj odluke (pojedinac ili skupina ljudi) obično je predstavnik neke veće grupe ili zajednice, a njegova je uloga da pripremi skup alternativa koje ulaze u postupak donošenja konačne odluke. Tada se cijeli postupak višekriterijske optimizacije nužno mora jasno i pregledno dokumentirati i obrazložiti prikazujući sve posljedice pojedinih odluka s obzirom na svaki kriterij (ili skupinu kriterija) zasebno.

U nastavku se daje po jedan primjer metoda iz grupa 1) i 3) bez detaljnih razmatranja.

---

[22] Cf. supra Definiciju 7. u točki 3.2. Preferencijska struktura.

4.1. PRIMJER INTERAKTIVNE METODE: METODA STEM

Metoda STEM zasniva se na korištenju linearnoga programiranja. Na početku se rješava ukupno k jednokriterijskih modela (3.24) i dobiju se rješenja x_1^*, x_2^*, …, x_k^*, te idealne vrijednosti kriterijskih funkcija $f_i^* = f_i(x_i^*)$, $i = 1, 2, \ldots, k$, koje tvore idealno rješenje f^*. Ako je idealno rješenje ujedno i moguće, ono je optimalno i postupak je gotov. Stoga se u daljnjemu razmatranju pretpostavlja da idealno rješenje ujedno nije i moguće rješenje.

Neka je $f_i^{\min}$ najmanja od svih posljedica optimalnih rješenja za kriterijsku funkciju f_i, tj.

$$f_i^{\min} := \min_j f_{ij}. \tag{4.1}$$

Definiraju se brojevi a_i i w_i formulama:

$$a_i = \frac{f_i^* - f_i^{\min}}{f_i^*}, \tag{4.2}$$

$$w_i = \frac{a_i}{\sum_{r=1}^{k} a_r}, \tag{4.3}$$

i to za svaki $i = 1, 2, \ldots, k$. Potom se formira sljedeći jednokriterijski model:

$$\left.\begin{array}{ll} & \min z \\ \text{p.u.} & \\ & x \in X \\ & z \geq w_i \cdot (f_i^* - f_i(x)),\ i = 1, 2, \ldots, k. \end{array}\right\} \tag{4.4}$$

Njegovim se rješavanjem dobiva rješenje x_1 i vektor f_1 (s vrijednostima kriterijskih funkcija) koji se daju na uvid donositelju odluke. Donositelj odluke uspoređuje dobiveni rezultat (f_1) s vrijednošću f^*, te utvrđuje s kojim je komponentama vektora f_1 zadovoljan, a s kojima nije. Da bi se poboljšale vrijednosti ovih potonjih, mora se pribjeći smanjivanju vrijednosti prvih. Stoga donositelj odluke mora zadati koju kriterijsku funkciju treba smanjiti i za koliko. Neka je f_l kriterijska funkcija čiju vrijednost treba smanjiti, a Δf_l smanjenje. Sada se skup mogućih rješenja X modificira dodavanjem sljedećih uvjeta:

$$f_l(x) \geq f_l(x_1) - \Delta f_l \tag{4.5}$$

$$f_i(x) \geq f_i(x_1), \text{ za } i \neq l,\ i = 1, 2, \ldots, k, \tag{4.6}$$

a težinski koeficijent w_l redefinira izjednačavanjem s nulom:

$$w_l = 0.$$

Tako se dobiju novi skup mogućih rješenja X_2 i novi težinski koeficijenti (zapravo, samo jedan od njih je izmijenjen). Potom se u modelu (4.4) skup X zamijeni skupom X_2, a novi težinski koeficijenti starima, pa se taj model riješi iznova.

Opisani postupak završava kada donositelj odluke utvrdi da su svi kriteriji (ili niti jedan od njih) zadovoljavajuće ostvareni. Tada je posljednje rješenje ujedno i krajnje (optimalno) rješenje višekriterijskoga modela. Ukoliko niti jedna kriterijska funkcija ne postiže zadovoljavajuću vrijednost, model nema rješenja. Broj koraka u kojima se provodi postupak nije veći od k (tj. od broja kriterijskih funkcija), a nakon k – toga ponavljanja donositelj odluke odlučuje hoće li prihvatiti posljednje dobiveno rješenje ili zaključiti da model nema zadovoljavajuće rješenje.

Postoje razne varijante ove metode koje se razlikuju u načinu određivanja efikasnih rješenja modela (4.4), a imaju zajedničko otežano zadavanje (i određivanje) težinskih koeficijenata u slučajevima kada su kriterijske funkcije različitih tipova.

Primjer 4.1. Promatra se sljedeći problem:

$$\left.\begin{array}{ll} & max\ \{x_1 + x_2,\ 2x_1 - x_2\} \\ \text{p.u.} & \\ & -3x_1 + 5x_2 \leq 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & 5x_1 - 4x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}\right\} \tag{4.7}$$

Rješenja pripadnih jednokriterijskih modela su $x_1^* = (2, 3)$ i $x_2^* = (3, 1.5)$. Pripadna matrica posljedica dobivenih rješenja jest

$$F = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 4.5 & 4.5 \end{bmatrix}, \tag{4.8}$$

a pripadni težinski koeficijenti $w_1 = 0.11$ i $w_2 = 0.89$. Tako se umjesto polaznoga rješava sljedeći problem:

$$\left.\begin{array}{ll} & \min z \\ \text{p.u.} & \\ & x \in X \\ & z \geq 0.11 \cdot (5 - x_1 - x_2) \\ & z \geq 0.89 \cdot (4.5 - 2x_1 + x_2). \end{array}\right\} \tag{4.9}$$

Njegovo je rješenje

$$x_1 = (3, 1.5),$$

a pripadni vektor vrijednosti kriterijskih funkcija

$$f_1 = (4.5, 4.5).$$

Te se vrijednosti predoče donositelju odluke. Ako je on zadovoljan dobivenim rješenjem, postupak se prekida. Radi ilustracije pretpostavlja se da donositelj odluke nije zadovoljan dobivenim rješenjem i da je odlučio smanjiti vrijednost kriterijske funkcije $f_2(x) = 2x_1 - x_2$ za 0.44. To znači da je $\Delta f_2 = 0.44$ i $w_2 = 0$, pa prethodno rješavani problem prelazi u sljedeći:

$$\left.\begin{array}{c} \min z \\ \text{p.u.} \\ x \in X \\ z \geq 0.11 \cdot (5 - x_1 - x_2) \\ 2x_1 - x_2 \geq 4.5 - 0.44 \\ x_1 + x_2 \geq 4.5 \end{array}\right\} \tag{4.10}$$

Uzimajući *max* $(x_1 + x_2)$ uz $2x_1 - x_2 = 4.06$ dobije se

$$x_2 = (2.874,\ 1.688) \quad \text{i} \quad f_2 = (4.56,\ 4.06).$$

Ukoliko je dobiveno rješenje zadovoljavajuće, postupak se prekida, a ukoliko nije, donositelj odluke mora zadati koju kriterijsku funkciju u daljnjemu želi smanjiti i za koliko. Radi jednostavnosti pretpostavlja se da je dobiveno rješenje zadovoljavajuće pa je to ujedno i krajnje (optimalno) rješenje polaznoga problema.

4.2. PRIMJER PRIMJENE METODE ZA ODREĐIVANJE EFIKASNIH RJEŠENJA

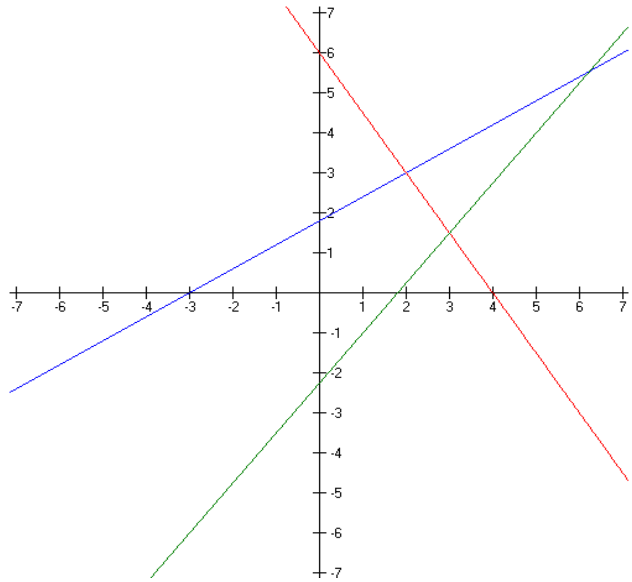
U ovoj je točki Primjer 4.1.[23] riješen metodom za određivanje efikasnih rješenja.

U pravokutnomu koordinatnomu sustavu (čije su osi x_1 i x_2) najprije se nacrtaju pravci[24]

$$p_1 \ldots -3x_1 + 5x_2 = 9,$$
$$p_2 \ldots\ 3x_1 + 2x_2 = 12,$$
$$p_3 \ldots\ 5x_1 - 4x_2 = 9.$$

[23] Cf. supra Primjer 4.1.

[24] Cf. infra sliku 3. Prikaz pravaca p_1, p_2 i p_3 u pravokutnomu koordinatnomu sustavu u ravnini.



Slika 3. Prikaz pravaca p_1, p_2 i p_3 u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini

Zajedno s koordinatnim osima oni tvore konveksan peterokut čije su vrhovi

$$T_1 = (0, 0),\ T_2 = (1.8, 0),\ T_3 = (3, 1.5),\ T_4 = (2,3) \text{ i } T_5 = (0, 1.8).$$

Taj je peterokut skup mogućih rješenja X. Njima pripadni vektori vrijednosti kriterijskih funkcija su redom

$$f_1 = (0,0),\ f_2 = (1.8, 3.6),\ f_3 = (4.5, 4.5),\ f_4 = (5,1) \text{ i } f_6 = (1.8, -1.8).$$

Na osnovi toga se može zaključiti da su vrhovi T_3 i T_4 efikasna rješenja, dok su ostali vrhovi dominirani. Nije teško pokazati da je skup efikasnih rješenja E u ovom slučaju stranica T_3T_4, a da su sve ostale točke skupa X dominirane.

4.3. NEKE POZNATIJE METODE VIŠEKRITERIJSKOGA ODLUČIVANJA

U ovoj se točki daje kratak pregled nekih poznatijih metoda višekriterijskoga odlučivanja, ali bez detaljnih razmatranja i ilustrativnih primjera. Postoji vrlo opsežna literatura o tim metodama[25] u kojoj se mogu naći i detalji o pripadnim programskim paketima razvijenima za potrebe računalne implementacije, te odgovarajući primjeri primjene u rješavanju praktičnih problema.

[25] Cf. npr. Martić et.al.: op.cit., Nikolić et.al.: op.cit., Vincke: op.cit. i Zeleny: op.cit.

4.3.1. VIŠEKRITERIJSKA SIMPLEKS METODA

Višekriterijska simpleks metoda nastala je poopćavanjem obične simpleks metode (namijenjene rješavanju problema jednokriterijske optimizacije), a namijenjena je određivanju efikasnih rješenja linearnih problema višekriterijske optimizacije (tj. problema u kojima su kriterijske funkcije i uvjeti linearne funkcije svojih argumenata). Opći oblik tih problema je:

$$\left.\begin{aligned} &\min(C\cdot x) \\ \text{p.u.}\quad & \\ &A\cdot x\le b, \\ &x\ge 0 \end{aligned}\right\} \tag{4.11}$$

Pritom je C matrica koeficijenata kriterijskih funkcija. Skup mogućih rješenja X u ovom je slučaju poliedar.

Skup efikasnih rješenja E dijeli se na dva podskupa: prvi tvore efikasna rješenja koja su ujedno i vrhovi poliedra, a drugi tvore ostala efikasna rješenja. Za određivanje tih dvaju podskupova postoje posebni algoritmi, pri čemu se poseban naglasak stavlja na algoritme za određivanje efikasnih rješenja koja nisu vrhovi poliedra.

Osnovna ideja višekriterijske simpleks metode je sljedeća[26]:

Radi određivanja početnoga baznog rješenja minimizira se samo jedna kriterijska funkcija (ili, ponekad, zbroj svih kriterijskih funkcija), pa se odredi koja baza odgovara dobivenomu rješenju. Nakon toga se sve ostale baze uspoređuju s njom kako bi se odredilo koje od njih su dominirane. Pritom se uzima da je neka baza dominirana ako za nju niti jedna vrijednost kriterijskih funkcija ne postaje bolja, a bar jedna vrijednost kriterijskih funkcija postaje lošija. Postupak uspoređivanja analogan je postupku uspoređivanja baza kod obične simpleks metode. Nakon što se odrede sve dominirane baze, prelazi se na baze čiju dominiranost nije bilo moguće utvrditi. Za njih se posebnim algoritmom utvrđuje jesu li dominirane ili nisu. Utvrdi li se da je neka od njih nedominirana, ona postaje element skupa E i daljnje ispitivanje dominiranosti provodi se s obzirom na nju.

Ovim se postupkom utvrđuje nedominiranost vrhova poliedra. Postupak određivanja ostalih efikasnih rješenja koristi rezultate (ne)dominiranosti vrhova poliedra. Prednost ovakvog načina višekriterijske optimizacije jest detaljno razrađen algoritam (pogodan za implementaciju na računalima), dok je nedostatak nepostojanje smjernica za izbor jednoga rješenja iz skupa nedominiranih rješenja. Zbog toga se višekriterijska simpleks metoda obično koristi u prvoj fazi višekriterijske optimizacije jer daje korisne rezultate koji se potom obrađuju radi smanjenja skupa efikasnih rješenja E.

[26] Cf. Martić et.al.: op.cit.

4.3.2. METODE PROMETHEE

Metode PROMETHEE namijenjene su višekriterijskoj analizi skupa alternativa i primjenjuju se za njihovo rangiranje. Naziv je skraćenica naziva **P***reference* **R***anking* **O***rganization* **METH***ods for* **E***valuation*. Danas postoje četiri tipa:

- PROMETHEE I koja daje djelomični ili parcijalni poredak alternativa;
- PROMETHEE II koja daje potpuni poredak alternativa;
- PROMETHEE III koja daje intervalni poredak alternativa, te
- PROMETHEE IV koja daje svojevrsno proširenje prethodne metode na neprekidne skupove alternativa (npr. dimenzije nekog proizvoda, vrijednosti ulaganja itd.).

Osnovna ideja[27] je uvođenje funkcije preferencije P za alternative vrednovane pomoću kriterijskih funkcija. Pritom se alternativa a smatra boljom od alternative b prema funkciji f ako vrijedi $f(a) < f(b)$. Spomenuta funkcija preferencije odnosi se na jednokriterijsko uspoređivanje alternativa, a danas je poznato 6 tipova takvih funkcija. Pomoću funkcije preferencije određuje se tzv. višekriterijski indeks preferencije alternative a nad alternativom b.

Potom se definiraju tzv. pozitivni i negativni tok pojedine alternative (kao zbrojevi odgovarajućih višekriterijskih indeksa preferencije), iz kojih se određuje tzv. neto-tok koji predstavlja mjeru za višekriterijsko rangiranje alternativa (alternativa a je višekriterijski bolja od alternative b ako ima veći neto-tok).

Treba napomenuti da je ova metoda poseban slučaj tzv. *metode višeatributne korisnosti* čija je prednost da se mjera "kvalitete" neke alternative ne mora nužno izraziti kriterijskim funkcijama (otuda i naziv "višeatributna"), a glavni nedostatak zahtijevanje odgovora donositelja odluke na pitanja teška s obzirom na odlučivanje. Zbog toga se rabi u sustavima u kojima postoji jedan dominantan donositelj odluke.

4.3.3. METODE ELECTRE

Naziv ELECTRE predstavlja skraćenicu naziva **EL***emination* **E***t* **C***hoice* **T***ranslating* **RE***ality*. Metode su namijenjene parcijalnomu uređenju skupa mogućih rješenja X na temelju preferencije donositelja odluke. Značajno je istaknuti da relacija preferencije ne mora biti nužno tranzitivna, zbog čega su ove metode pogodne za rješavanje diskretnih problema i problema u kojima su kriterijske funkcije različitih tipova. Praktično se najčešće primjenjuju metode ELECTRE I (za djelomično rangiranje alternativa), te ELECTRE II (za potpuno rangiranje alternativa), pogotovo u problemima u kojima se javljaju tzv. *fuzzy* kriterijske funkcije (rabljene npr. za procjenjivanje mjere kvalitete neke alternative), te problemima u kojima je važno analizirati relaciju preferencije (a manje važno potpuno urediti skup alternativa).

[27] Cf. Brans [2] i Vincke: op.cit.

Osnovu algoritma ove metode[28] tvore tzv. *uvjeti suglasnosti i nesuglasnosti* koji se definiraju pomoću željene razine (ne)suglasnosti i stvarnog indeksa (ne)suglasnosti. *Indeks suglasnosti* predstavlja kvantitativni pokazatelj suglasnosti da se neka alternativa a može rangirati ispred neke druge alternative b s obzirom na sve ciljeve istovremeno, dok *indeks nesuglasnosti* predstavlja kvantitativni pokazatelj veličine stupnja nesuglasnosti s tvrdnjom da je alternativa a barem jednako dobra kao i alternativa b. Najveća željena razina suglasnosti jednaka je 1, dok je najmanja razina nesuglasnosti jednaka 0.

Rangiranje alternativa provodi se prema pravilu: alternativa a je bolja od alternative b ako je istodobno indeks suglasnosti veći ili jednak željenoj razini suglasnosti, a indeks nesuglasnosti manji ili jednak razini nesuglasnosti. Može se dogoditi da vrijedi samo jedan ili niti jedan od tih uvjeta. U prvom se slučaju alternative odmah proglašavaju neusporedivima, dok u drugom najprije treba ispitati je li alternativa b bolja od alternative a, pa tek onda zaključiti jesu li one usporedive ili nisu. Nakon što se na opisani način uredi skup alternativa, formira se graf čiji su čvorovi moguća (ponekad odmah i efikasna) rješenja. Taj se graf usmjeri s obzirom na relaciju uređaja, pa se za tako dobiven graf odredi njegova jezgra koja predstavlja alternative preferirane zadanom preferencijskom strukturom. Prednosti ove metode su teorijski neograničen broj kriterija pomoću kojih se rangiraju alternative, izostanak alternative međuovisnosti pojedinih kriterija, mogućnost kvantitativnog i kvalitativnog iskazivanja kriterija i njihovih intenziteta važnosti, a nedostatak je nemogućnost primjene na probleme u kojima donositelj odluke nije zadao preferencije, odnosno na probleme u kojima relacija preferencije nije unaprijed određena.

4.3.4. METODA AHP

Naziv metode je skraćenica naziva **A***nalytic* **H***ierarchis* **P***rocess*. Razvio ju je Thomas Saaty 70-tih godina prošloga stoljeća, a namijenjena je rješavanju problema odlučivanja u kojima sudjeluje veći broj donositelja odluke, a pojavljuje se i veći broj kriterija. Metoda se sastoji od četiri dijela:

1) strukturiranje problema;
2) prikupljanje podataka;
3) ocjenjivanje relativnih težina;
4) određivanje rješenja problema.

Problem odlučivanja najprije se rastavlja na niz "manjih", lakše rješivih problema koji se potom hijerarhijski rangiraju.

Nakon postupka strukturiranja problema, donositelj odluke dodjeljuje "ocjene" svakomu pojedinomu paru atributa na svakoj hijerarhijskoj razini. Najčešća ljestvica ocjena je tzv. *Saatyjeva ljestvica važnosti ocjena*[29] prikazana u tablici 2.

[28] Cf. Vincke: op.cit.
[29] Cf. M.Čupić, M.Sukonović: "Višekriterijumsko odlučivanje – metode i primeri", Beograd, 1995.

Ocjena	*Objašnjenje*
9	apsolutno najznačajnije (najpoželjnije)
8	vrlo jako prema apsolutno najznačajnijem
7	vrlo jako prema vrlo značajnom
6	jako prema vrlo značajnom
5	Jače značajnije
4	slabije prema značajnijem
3	slabije značajnije
2	podjednako prema slabije značajnijem
1	podjednako značajno
0.5	podjednako prema slabije manje značajnom
0.33	slabije manje značajno
0.25	slabije prema jako manje značajnom
0.20	jako manje značajno
0.17	jako prema vrlo malo značajnom
0.14	vrlo malo značajno
0.13	vrlo jako prema apsolutno beznačajnom
0.11	apsolutno beznačajno

Tablica 2. Saatyjeva ljestvica važnosti ocjena

Dodijeljene ocjene obično se zapisuju matrično. Tako se dobiva tzv. *matrica usporedbe*.

Nakon toga se matrica usporedbe "prevodi" u niz problema određivanja svojstvenih vrijednosti. Rješenja tih problema su jedinični svojstveni vektori koji predstavljaju tražene relativne težine.

Posljednji korak je određivanje redoslijeda važnosti alternativa pomoću težine kriterija i redoslijeda važnosti unutar svakoga pojedinoga problema dobivenoga u prvomu dijelu.

Metoda se pokazala relativno uspješnom, pa je za njezinu primjenu razvijen programski softver *Expert Choice*[30] kojim je dan značajan poticaj razvoju i primjeni sustava za podršku odlučivanju, te ekspertnih sustava za rješavanje problema višeatributivnoga odlučivanja.

Treba istaknuti da se u praksi vrlo često primjenjuju kombinacije prethodno navedenih metoda kako bi se na različite načine dobili što točniji podaci o nekom sustavu, a time ujedno i olakšalo odlučivanje vezano za probleme koji se pojavljuju u njemu.

[30] Cf. infra točku 7.2. Expert Choice.

§5. METODA VIŠEKRITERIJSKOGA KOMPROMISNOGA RANGIRANJA (VIKOR)

U ovome se poglavlju detaljno opisuje metoda **vi***šekriterijskoga* **ko***mpromisnoga* **r***angiranja* (skraćenica: **VIKOR**) koja se zasniva na kompromisnomu programiranju. Takvo je programiranje prikladno za rješavanje različitih problema koji se javljaju u prometu i transportu. Razloga za to je više, a najznačajniji je taj što se u praksi vrlo često zbog raznih objektivnih okolnosti ne može ostvariti teorijskim proračunima dobiveno (optimalno) rješenje nekoga problema, već se mora iznaći realno rješenje "najbliže" optimalnomu. Tipičan je primjer izgradnja neke prometnice. Najčešće zbog nedostatka financijskih sredstava nije moguće izgraditi sve sadržaje predviđene teorijskim modelom, pa se mora donijeti odluka o tome što se obvezatno mora napraviti, a što se može prolongirati. Tada se vrši rangiranje poslova prema određenim kriterijima pa se traži kompromisno rješenje. Upravo zato se ovakvomu načinu višekriterijskoga odlučivanja posvećuje veća pozornost, a u sljedećem se poglavlju na primjerima ukazuje njegova primjena u praksi[31].

Prije opisa same metode VIKOR ukratko se navode osnovna načela kompromisnoga programiranja[32].

5.1. OSNOVNA NAČELA KOMPROMISNOGA PROGRAMIRANJA

Matematički gledano, metode višekriterijskoga odlučivanja mogu se podijeliti u dvije grupe[33]. Prvu tvore metode višekriterijskoga matematičkoga programiranja, a drugu metode kombinatorne optimizacije. Upravo se druga grupa metoda često rabi u problemima određivanja redoslijeda s obzirom na određene kriterije. Pritom se alternative koje se rangiraju najčešće određuju pomoću simulacijskih modela mijenjanjem vrijednosti ključnih čimbenika tih modela. Prigodom rangiranja najčešće se rabe dva osnovna pristupa:

1.) Formira se model preferentne ovisnosti kriterija, te se odredi jedinstvena kriterijska funkcija koja predstavlja ili ukupnu dobit ili ukupan gubitak. Tada je jedna alternativa bolja od druge prema svim zadanim kriterijima ako i samo ako donosi veću dobit, odnosno manji gubitak.

2.) Formira se preferencijska struktura zasnovana na preferencijama donositelja odluke. Nakon toga se rangiranje obavlja na temelju relacije preferencije P (kao npr. u metodama ELECTRE[34]). Ukoliko se utvrdi da za dvije alternative a i b vrijedi aPb, zaključuje se da je alternativa a višekriterijski bolja od alternative b.

---

[31] Cf. infra poglavlje 6. Primjene metoda višekriterijskoga odlučivanja na probleme prometa i transporta.
[32] Cf. Opricović: op.cit. i Zeleny: op.cit.
[33] Detaljnije o podjelama metoda višekriterijskoga odlučivanja cf. supra uvodni dio poglavlja 4. Metode višekriterijskoga odlučivanja.
[34] Cf. supra točku 4.3.3. Metode Electre

Oba pristupa praktično daju gotovo iste rezultate. No, u drugom se pristupu zahtijeva veće sudjelovanje donositelja odluke, a postoje slučajevi kada se javljaju "teško usporedive" alternative. Stoga je za probleme prometa i transporta prihvatljiviji prvi pristup.

Donositelj odluke vrlo često ne može, ne zna ili ne želi uspoređivati sva moguća rješenja prema zadanim kriterijima (ciljevima). Stoga je skup mogućih rješenja X potrebno "smanjiti". U tu se svrhu kao polazna točka uzima idealno rješenje problema višekriterijske optimizacije. To je rješenje vrlo rijetko pripada skupu X, pa se traži element skupa X "najbliži" idealnomu rješenju (udaljenost se računa pomoću L_p – metrike[35]). Takvo se rješenje tada naziva *kompromisno*.

Sâmo kompromisno rangiranje zasniva se također na L_p – metrici. Uz standardnu oznaku

$$f_{ij} := f_i(a_j), \tag{5.1}$$

te oznake

$$f_i^+ := \max_j f_{ij}, \tag{5.2}$$

$$f_i^- := \min_j f_{ij}, \tag{5.3}$$

za sve $i \in [n]$ i sve $j \in [m]$, definiraju se veličine

$$S_j := \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \frac{f_i^+ - f_{ij}}{f_i^+ - f_i^-}\ , \tag{5.4}$$

$$R_j := \max_i \left(w_i \cdot \frac{f_i^+ - f_{ij}}{f_i^+ - f_i^-} \right), \tag{5.5}$$

za sve $j \in [m]$. Pritom se na težinske koeficijente w_i postavljaju sljedeći tzv. *uvjeti normiranosti*:

$$\left.\begin{array}{l} w_i \geq 0,\ \text{za sve } i \in [n], \\ \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \end{array}\right\} \tag{5.6}$$

Težinski koeficijenti u literaturi se vrlo često kraće nazivaju *težinama* (engl. *weight*), pa se u nastavku razmatranja rabi taj naziv.

Rangiranjem alternativa pomoću veličinâ R_j, odnosno S_j dobiju se dvije različite rang-liste. Zato se definira nova veličina s obzirom na koju će se vršiti rangiranje alternativa. Neka su

[35] Cf. supra Definiciju 7. u točki 3.4. Višeciljno odlučivanje.

$$
\left.\begin{aligned} S^* &:= \min_j S_j,\ R^* := \min_j R_j, \\ S^- &:= \max_j S_j,\ R^- := \max_j R_j, \end{aligned}\right\} \tag{5.7}
$$

te

$$
Q_j := v_1 \cdot \frac{S_j - S^*}{S^- - S^*} + v_2 \cdot \frac{R_j - R^*}{R^- - R^*}\ , \tag{5.8}
$$

za svaki $j = 1, 2, \ldots, m$. Pritom su v_1, $v_2 \in [0, 1]$ realni brojevi takvi da je

$$
v_1 + v_2 = 1. \tag{5.9}
$$

Veličine v_1 i v_2 nazivaju se *težine strategije odlučivanja*. Ukoliko se želi dati prednost ispunjavanju većine kriterija bez obzira na to hoće li neki kriterij možda biti u cijelosti neispunjen, treba uzeti v_1 i v_2 takve da je $v_1 > v_2$. Ukoliko nije dozvoljeno potpuno neispunjenje bilo kojega kriterija, treba uzeti v_1 i v_2 takve da je $v_1 < v_2$.

Nakon izračunavanja vrijednosti veličina Q_j, $j = 1, 2, \ldots, m$, rangiranje alternativa provodi se s obzirom na njih. Takva rang-lista je kompromis između strategije maksimalne grupne koristi (bolje alternative zadovoljavaju većinu kriterija) i strategije minimuma maksimalnoga odstupanja od idealnoga rješenja (bolja alternativa ne smije biti izrazito loša s obzirom na bilo koji kriterij). Ovakav način odlučivanja predstavlja osnovu metode VIKOR.

5.2. METODA VIKOR

Metoda VIKOR razvijena je radi određivanja višekriterijskoga optimalnoga rješenja. Pritom se pretpostavlja da donositelj odluke nema izraženu (ili ima nedovoljno izraženu) preferenciju alternativa u procesu odlučivanja. Rezultati dobiveni ovom metodom su takvi da istodobno tvore kompromis između želja i mogućnosti, ali i kompromis između različitih interesa sudionika procesa odlučivanja. Sâm proces odlučivanja i određivanje skupa alternativa ranije su razmotreni[36], pa se daje nekoliko napomena vezanih za vrednovanje alternativa i tvorbu kriterijskih funkcija.

Kriteriji najčešće opisuju maksimizaciju dobiti i minimizaciju troškova. Međutim, u praksi se mogu vrednovati i druge veličine poput energije, usluga, utjecaja na okoliš itd. S obzirom na te kriterije obavlja se i vrednovanje svake alternative. Te vrijednosti mogu biti[37] kvantitativne ekonomske (troškovi, dobit), kvantitativne tehničke (vrijeme trajanja procesa, broj radnih mjesta, pouzdanost), te ostale kvantitativne vrijednosti (utjecaj na zdravlje ljudi i okolinu, zadovoljstvo korisnika). Tu se javlja problem višetipskih kriterijskih funkcija, odnosno iskazivanja kriterijskih funkcija u različitim mjernim jedinicama, što otežava proces uspoređivanja alternativa, odnosno formiranje jedinstvene kriterijske funkcije[38]. Zbog toga se

[36] Cf. supra točke 2.1. Osnovni pojmovi odlučivanja, 3.1. Skup alternativa i 3.5. Višeatributno odlučivanje.
[37] Cf. Opricović: op.cit.
[38] Cf. supra točku 5.1. Osnovna načela kompromisnoga programiranja

mora provesti pretvorba tih funkcija u bezdimenzionalne funkcije čija je kodomena segment [0, 1] [39].

5.2.1. ALGORITAM METODE VIKOR

5.2.1.1. ULAZNI PODACI

Neka je

$$A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$$

skup alternativa koje se želi rangirati, te neka su f_i, i = 1, 2, …, n, kriterijske funkcije koje se želi ispuniti. Nadalje, neka je f_{ij} vrijednost i – te kriterijske funkcije za alternativu a_j, za sve $i \in [n]$ i sve $j \in [m]$[40]. Vrijednosti f_{ij} tvore matricu

$$F = [\, f_{ij} \,] \in \mathbf{M}_{n,m}(\mathbf{R}).$$

Navedeni podaci tvore skup svih ulaznih podataka.

5.2.1.2. ODREĐIVANJE IDEALNOGA RJEŠENJA

Idealno rješenje određuje se na temelju vrijednosti kriterijskih funkcija iz jednakosti

$$f_i^* = \underset{j}{ext}\, f_{ij}, \quad i = 1, 2, ..., n. \tag{5.10}$$

Ovdje operator *ext* označava maksimum ako funkcija f_i opisuje korist ili dobit, a minimum ako f_i opisuje štete ili troškove. Idealno rješenje može definirati sam donositelj odluke, no, time se otvaraju pitanja: hoće li ono biti unutar skupa mogućih rješenja X (što povlači dominiranost nad kompromisnim rješenjem), te hoće li ono biti daleko izvan X (što povlači nepostojanje veze između njega i X). Zbog toga se obično izbjegava definiranje idealnoga rješenja od strane donositelja odluke, a ako je to već nužno učiniti, prije toga se obvezatno određuju dopustivi intervali vrijednosti kriterijskih funkcija.

5.2.1.3. PRETVORBA VIŠETIPSKIH KRITERIJSKIH FUNKCIJA

Kriterijske funkcije najčešće nisu izražene u istim mjernim jedinicama (tj. pripadni kriterijski prostor je *heterogen*), pa je, radi mogućnosti uporabe L_p – metrike, nužno provesti određenu pretvorbu u bezdimenzionalne funkcije čija je kodomena segment [0, 1].

[39] Cf. infra podtočku 5.2.1.3. Pretvorba višetipskih kriterijskih funkcija.
[40] Cf. supra jednakost (3.30) u točki 3.4. Višeciljno odlučivanje

Najjednostavniji je slučaj u kojemu je funkcija pretvorbe linearna. Odmah treba primijetiti da se takva pretvorba može rabiti uz pretpostavku linearne ovisnosti kriterijskih funkcija i koristi postignute ispunjenjem određenoga kriterija, te pretpostavke da se kodomene tih funkcija mogu uspoređivati. Valjanost potonje pretpostavke obično se provjerava nakon završetka vrednovanja svih alternativa, pa ukoliko donositelj odluke nije zadovoljan nekom od dobivenih kodomena, onda sâm mora definirati željenu kodomenu. Moguće je i da funkcija pretvorbe bude nelinearna, ali taj se slučaj ovdje ne razmatra.

Ako se s f_i^* označi vrijednost najbolje, a s f_i^- vrijednost najlošije alternative s obzirom na funkciju f_i, onda se definiraju vrijednosti

$$d_{ij} = \frac{f_i^* - f_{ij}}{f_i^* - f_i^-}, \tag{5.11}$$

za sve $i \in [n]$ i sve $j \in [m]$, pa se formira matrica

$$D = [d_{ij}] \in \mathbf{M}_{n,m}(\mathbf{R}).$$

Svi elementi matrice D pripadaju segmentu [0, 1], a dobiveni su linearnom pretvorbom elemenata matrice F jer je slika linearne funkcije $T : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definirane formulom

$$T(f_{ij}) = -\frac{1}{f_i^* - f_i^-} \cdot f_{ij} + \frac{f_i^*}{f_i^* - f_i^-}, \tag{5.12}$$

(za sve $i \in [n]$ i sve $j \in [m]$) segment [0,1].

5.2.1.4. ZADAVANJE TEŽINA KRITERIJA

Zadavanje vrijednosti težina kriterija poseban je problem višekriterijske optimizacije. Njegovo rješavanje ovisi o preferencijskoj strukturi donositelja odluke, te načina njezina formuliranja. U suštini su moguća dva slučaja:

1.) donositelj odluke je jedna osoba ili grupa osoba u kojoj nema sukoba interesa;
2.) donositelj odluke je grupa osoba u kojoj postoji barem jedan sukob interesa.

Prvi slučaj je jednostavniji jer se težine mogu jednostavno i precizno odrediti uz punu suradnju donositelja odluke. Međutim, u praksi se znatno češće javlja drugi slučaj. Za njegovo rješavanje općenito se koriste dva načina:

1.) analiza preferencijske strukture;
2.) simulacija preferencijske strukture.

Prvi se način primjenjuje ukoliko donositelj odluke želi sudjelovati u takvom postupku, a jedna od metoda koja se rabi u analizi jest Delfi metoda[41]. Drugi način primjenjuje se ukoliko

[41] Cf. infra bilješku 71. u točki 6.2.1. Model izbora trase cestovne prometnice.

svi članovi grupe koja je donositelj odluke ne mogu, ne žele ili neće sudjelovati u analizi preferencijske strukture. Tada "analitičar" razmatra sve moguće načine donošenja konačne odluke i za svaki od njih definira ulazne vrijednosti težina.

Same težine, općenito, nemaju nekakvo ekonomsko značenje, već se interpretiraju kao relativne mjere značaja pojedinih kriterija. Obično su to nenegativni realni brojevi koji zadovoljavaju uvjete normiranosti težina (5.6)[42]. Pritom treba napomenuti da se - radi isticanja odnosa pojedinih kriterija – vrlo često težine *ne* zadaju tako da zadovoljavaju uvjete normiranosti, pa ih naknadno treba normirati. Ako su w_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, "stare" (nenormirane) težine, onda se "nove" (normirane) težine $\overline{w_i}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, dobivaju iz relacije:

$$\overline{w_i} = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{5.13}$$

Naprimjer, promatraju li se kriteriji f_1 i f_2 takvi da je f_1 dvostruko značajniji od f_2, zadaje se:

$$w_1 = 2, \quad w_2 = 1.$$

Normiranjem se dobiju vrijednosti

$$\overline{w_1} = \frac{2}{3}, \quad \overline{w_2} = \frac{1}{3}$$

i daljnji koraci algoritma provode se s njima. Budući da se svi izračuni praktično provode pomoću računala, pa dolazi do teškoća u računanju s razlomcima, vrijednosti normiranih težina trebaju biti decimalne aproksimacije razlomaka. U promatranomu slučaju uzima se:

$$\overline{w_1} = 0.666, \quad \overline{w_2} = 0.333.$$

5.2.1.5. ZADAVANJE TEŽINA STRATEGIJE ODLUČIVANJA

Značenje i interpretacija parametara v_1 i v_2 koji predstavljaju težine strategije odlučivanja ranije su obrađeni[43]. Budući da se pretpostavlja da su i te težine normirane (tj. zadovoljavaju uvjete normiranosti), dovoljno je zadati samo jednu od njih. Ta se težina označava s v. Neki autori smatraju da v mora ovisiti i o ukupnom broju kriterija, pa predlažu ovakvu razdiobu:

$$v = \begin{cases} 0.5, & \text{za } n \le 4; \\ 0.6, & \text{za } 5 \le n \le 10; \\ 0.7, & \text{za } n \ge 10. \end{cases} \tag{5.14}$$

[42] Cf. supra točku 5.1. Osnovna načela kompromisnoga programiranja.
[43] Ibidem.

Vrijednost v mora ovisiti o postupku donošenja konačne odluke. Ukoliko se odluka donosi "većinom glasova", uzima se $v \in \{0.9,\ 1\}$. Ukoliko su donositelji odluke međusobno "neovisni", zadaje se $v = 0$. U "odlučivanju s pravom veta" uzima se $v < 0.5$ jer nije dozvoljeno potpuno neispunjenje bilo kojega kriterija[44]. U ovom razmatranju pretpostavlja se da je $v = 0.5$.

5.2.1.6. RAČUNANJE VRIJEDNOSTI VELIČINA S_j, R_j i Qj, $j \in [m]$

Vrijednosti veličina S_j, R_j i Q_j računaju se prema sljedećim formulama[45]:

$$\left.\begin{aligned} &S_j := \sum_{i=1}^{n} w_i d_{ij} \\ &R_j := \max_i \left[w_i d_{ij}\right] \\ &S^* := \min_j S_j,\ S^- := \max_j S_j; \\ &R^* := \min_j R_j, R^- := \max_j R_j \\ &QS_j := \frac{S_j - S^*}{S^- - S^*},\ QR_j := \frac{R_j - R^*}{R^- - R^*}, \\ &Q_j := v \cdot QS_j + (1-v) \cdot QR_j, \end{aligned}\right\} \tag{5.15}$$

za sve $j \in [m]$.

Svi navedeni računi "prolaze" ako su sve vrijednosti R_j, $j \in [m]$, međusobno različite. No, ukoliko za barem dva indeksa $j \in [m]$ vrijedi jednakost $R_j = R^-$, postupa se ovako:

Neka je

$$J := \{j \in [m]\colon R_j = R^-\}. \tag{5.16}$$

Proizvoljno se odabere točno jedan od R_j -ova, $j \in J$. Taj R_j ostaje neizmijenjen. Za ostale $j \in J$ najprije se izračunaju vrijednosti

$$r_j = \frac{S_j - R^-}{100} \tag{5.17}$$

pa se preostale vrijednosti R_j, $j \in J$, redefiniraju formulom:

$$R_j = \max_i \left[w_i d_{ij}\right] + r_j. \tag{5.18}$$

---

[44] Ibidem.

[45] Cf. supra formule (5.4), (5.5), (5.7) i (5.8) u točki 5.1. Osnovna načela kompromisnoga programiranja.

Takav se slučaj javlja ako je $R_j = 1$ za sve $j \in [m]$, odnosno ako su sve težine kriterija međusobno jednake i ako vrijedi nejednakost $n < m$[46].

5.2.1.7. RANGIRANJE ALTERNATIVA

Rangiranje alternativa provodi se s obzirom na vrijednosti veličina QS_j, QR_j i Q_j prema načelu: najbolja alternativa je ona čija je pripadna vrijednost veličine QS_j (odnosno, QR_j i Q_j) najmanja. Tako se dobiju ukupno tri rang-liste alternativa. Budući da je veličina Q_j linearna funkcija varijable v, mjesto na rang-listi s obzirom na vrijednosti veličine Q_j svojevrsna je "linearna kombinacija" mjesta na drugim dvjema rang-listama.

5.2.1.8. ODREĐIVANJE KOMPROMISNOGA RJEŠENJA

Nakon rangiranja alternativa prelazi se na određivanje kompromisnoga rješenja. Uz zadane vrijednosti težinâ w_i, $i \in [n]$, i težine strategije odlučivanja $v = 0.5$, metoda VIKOR kao višekriterijski najbolju alternativu predlaže onu koja zadovoljava sljedeće uvjete:

(U0) prva je na *kompromisnoj rang-listi* (dobivenoj rangiranjem prema veličini Q_j);

(U1) ima dostatnu "prednost" nad alternativom sa sljedećega mjesta;

(U2) promjenom težine strategije odlučivanja "dostatno čvrsto" zadržava prvo mjesto.

Kako bi se mogla vrednovati "prednost", definira se nova veličina:

$$DQ := \min\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{m-1}\right\}. \tag{5.19}$$

Ta se veličina naziva *prag prednosti*. (Vrijednost $\frac{1}{4}$ uvedena je radi slučajeva s malim brojem alternativa ($m < 5$)). Pomoću nje se definira prednost alternative a_i u odnosu na alternativu a_j. Tako a_i *ima dostatnu prednost nad* a_j ako vrijedi nejednakost

$$Q(a_i) - Q(a_j) \geq DQ. \tag{5.20}$$

Ovaj se uvjet obično provjerava za alternative neposredno susjedne na rang-listi. Time se zapravo donositelju odluke predočavaju sve višekriterijski bliske alternative (a ne samo prvorangirana alternativa), pa se kompromisno rješenje određuje između svih tih alternativa. Prvorangirana alternativa na kompromisnoj rang-listi "dovoljno čvrsto" zadržava prvo mjesto ako zadovoljava (barem) jedan od sljedećih uvjeta:

1.) prvorangirana je na kompromisnim rang-listama dobivenima za $v = \frac{1}{4}$ i $v = \frac{3}{4}$;

[46] Cf. infra Primjer 5.1. u točki 5.3. Ilustrativni primjeri

2.) prvorangirana je na rang-listi dobivenoj rangiranjem vrijednosti QS;
3.) prvorangirana je na rang-listi dobivenoj rangiranjem vrijednosti QR.

U praksi su mogući slučajevi da prvorangirana alternativa ne zadovoljava (barem) jedan od uvjeta (U1) i (U2). Tada se postupa ovako:

1.) Ako prvorangirana alternativa zadovoljava (U1), a ne zadovoljava (U2), formira se skup kompromisnih rješenja kojega tvore prvorangirana i drugorangirana alternativa, pa se prepušta donositelju odluke da za kompromisno rješenje odabere jednu od njih.

2.) Ako prvorangirana alternativa zadovoljava (U2) a ne zadovoljava (U1), onda skup kompromisnih rješenja tvore prvorangirana alternativa i sve alternative s kompromisne rang-liste nad kojima prvorangirana alternativa nema dostatnu prednost. Drugim riječima, ako je a^* prvorangirana alternativa, onda je skup kompromisnih rješenja

$$. \qquad KR = \{a_j : Q(a_j) - Q(a^*) < DQ\} \tag{5.21}$$

3.) Ukoliko prvorangirana alternativa ne zadovoljava ni (U1) ni (U2), tada ona nije "dovoljno" bolja od drugorangirane alternative pa se skup kompromisnih rješenja podudara sa skupom alternativa.

Ukaže li se potreba promjene težina kriterija (npr. radi simulacije preferencijske strukture[47]), značajno je odrediti sve vrijednosti težina kriterija koje ne utječu na dobiveno kompromisno rješenje. Te vrijednosti tvore tzv. *interval stabilnosti kompromisnoga rješenja*[48].

5.2.1.9. ODREĐIVANJE INTERVALA STABILNOSTI KOMPROMISNOGA RJEŠENJA

Mijenjanjem težina kriterija, te analiziranjem težina i stabilnosti određenoga kompromisnoga rješenja značajno se olakšava višekriterijsko odlučivanje jer se time izbjegava precizno zadavanje težina kriterija od strane donositelja odluke. Ovdje se razmatra utjecaj promjene težine kriterija.

Fiksira se $i \in [n]$ i pretpostavi se da je promijenjena težina i – te kriterijske funkcije f_i. Ako je $w_i^{'}$ nova težina funkcije f_i, onda postoji nenegativan realan broj $q \geq 0$, $q \neq 1$, takav da vrijedi:

$$w_i^{'} = q \cdot w_i . \tag{5.22.}$$

($q > 1$ znači povećanje, a $0 \leq q < 1$ smanjenje težine w_i.)

---

[47] Cf. supra podtočku 5.2.1.4. Zadavanje težina kriterija.
[48] Cf. infra podtočku 5.2.1.9. Određivanje intervala stabilnosti kompromisnoga rješenja.

Kako bi uvjeti normiranosti ostali zadovoljeni, nužno je promijeniti i vrijednosti svih ostalih težina. Budući da omjeri početnih težina moraju ostati isti, svaka od njih množi se istim realnim brojem r čija vrijednost ovisi o broju q:

$$r = r(q).$$

Tako se dobiva sljedeći sustav:

$$\left.\begin{array}{l} w_i^{'} = q \cdot w_i \\ w_j^{'} = r \cdot w_j, \text{ za } \; j \in [n], j \neq i \\ \sum\limits_{\substack{j \in [n] \\ j \neq i}} w_j^{'} = 1 \end{array}\right\} \tag{5.23}$$

Uvrštavanjem prve dvije jednadžbe u treću dobije se

$$q \cdot w_i + r \cdot \sum_{\substack{j \in [n] \\ j \neq i}} w_j = 1. \tag{5.24}$$

Kako je

$$\sum_{\substack{j \in [n] \\ j \neq i}} w_j = 1 - w_i, \tag{5.25}$$

slijedi

$$r = \frac{1 - q \cdot w_i}{1 - w_i} = \frac{1 - w_i^{'}}{1 - w_i}. \tag{5.26}$$

Budući da težina $w_i^{'}$ zbog normiranosti ne može biti strogo veća od 1, područje definicije funkcije $r = r(q)$ je segment $\left[0, \frac{1}{w_i}\right]$. Mijenjanjem vrijednosti parametra q (koje se praktično obavlja pretraživanjem pomoću računala) određuje se interval $[q_1, q_2]$ takav da se za sve vrijednosti unutar toga intervala kao kompromisno rješenje dobije alternativa određena pomoću početnih težina. Pomoću toga se intervala određuje i interval $[q_1 \cdot w_i, q_2 \cdot w_i]$ koji se naziva *interval stabilnosti težine* w_i.

Može se pokazati da će se kompromisno rješenje dobiveno s početnim vrijednostima težina promijeniti ako se početna vrijednost težine w_i umanji barem $s_1 := \dfrac{q_1}{r(q_1)}$ puta, odnosno uveća barem $s_2 := \dfrac{q_2}{r(q_2)}$ puta. Vrijednost s_1 naziva se *faktor relativnoga smanjenja*, a vrijednost s_2 *faktor relativnoga povećanja* težine w_1.

Potpuno analogna razmatranja mogu se provesti i ako se uzme da se mijenjaju težine određenoga broja kriterija, dok ostatak težina ostaje neizmijenjen. Drugim riječima, ako je

$$I_1 := \{i \in [n] : w_i \text{ može biti promijenjena}\},$$
$$I_2 := \{i \in [n] : w_i \text{ ostaje nepromijenjena}\},$$
$$I_3 := \{i \in [n] : w_i \text{ mora biti promijenjena (zbog promjena težina s indeksima iz } I_1)\},$$

onda je

$$[n] = I_1 \cup I_2 \cup I_3,$$

te postoje nenegativan realan broj q i realna funkcija $r = r(q)$ takvi da je

$$w_i' = \begin{cases} q \cdot w_i, & i \in I_1 \\ w_i, & i \in I_2 \\ r \cdot w_i, & i \in I_3 \end{cases} \tag{5.27}$$

Uz oznake

$$W_1 := \sum_{i \in I_1} w_i,$$
$$W_3 := \sum_{i \in I_3} w_i,$$

dobiva se:

$$r = 1 + \frac{W_3}{W_1} \cdot (1 - q), \tag{5.28}$$

pa je područje definicije funkcije $r = r(q)$ segment $\left[0,\ 1 + \dfrac{W_3}{W_1}\right]$. Intervali stabilnosti težina za svaki pojedini podskup određuju se kao i ranije (mijenjanjem parametra q).

5.2.1.10. PRIJEDLOG KOMPROMISNOGA RJEŠENJA

Kompromisno rješenje dobiveno metodom VIKOR može biti točno jedna alternativa ili neki skup alternativa[49]. Prijedlog toga rješenja daje se nakon provedenih analiza svih rezultata metode VIKOR. Pritom su mogući sljedeći slučajevi:

---

[49] Cf. supra podtočku 5.2.1.8. Određivanje kompromisnoga rješenja.

1.) U svim rezultatima VIKOR-a kao rješenje se pojavljuje točno jedna alternativa.
U tom se slučaju ona predlaže donositelju odluke kao kompromisno rješenje.

2.) Za svaku kombinaciju težina kriterija kao rješenje se dobije točno jedna alternativa, ali različite kombinacije težina daju za rješenja različite alternative.
Tada se donositelju odluke kao kompromisno rješenje predlažu sve dobivene alternative uz "obrazloženje" pod kojim uvjetima (zapravo, uz koje težine kriterija) pojedina alternativa predstavlja kompromisno rješenje.

3.) U svim rezultatima VIKOR-a kao rješenje se dobije isti skup alternativa. Tada se donositelju odluke kao kompromisno rješenje predlažu sve alternative koje tvore taj skup, ali uz jednu od sljedećih napomena:

a.) sve alternative su međusobno "bliske" pa se prepušta donositelju odluke da na temelju svojih (objektivnih ili subjektivnih) procjena odabere jednu od njih za konačno rješenje;

b.) zbog "bliskosti" alternativa u višekriterijskomu smislu, donositelj odluke može proširiti skup kriterija, te zahtijevati da se za tako dobiveni skup provede analiza metodom VIKOR.

4.) U svim rezultatima VIKOR-a se kao rješenje pojavljuju međusobno različiti skupovi alternativa.
Ovaj slučaj je najsloženiji s obzirom na predlaganje kompromisnoga rješenja. Ukoliko on nastupi, postoje dvije mogućnosti:

a.) Ako je ukupan broj različitih alternativa koje se pojavljuju u skupovima relativno mali, donositelju odluke predlažu se sve te alternative uz "obrazloženje" pod kojim se uvjetima svaka pojedina alternativa pojavljuje kao moguće rješenje;

b.) Ako je ukupan broj različitih alternativa koji se pojavljuju u skupovima relativno velik ili ako donositelj odluke zatraži smanjenje ukupnog broja alternativa, nužno je analizirati i međusobno usporediti sve dobivene alternative (prema svim kriterijima) pa se npr. mogu izostaviti one alternative koje "znatno zaostaju" za alternativama neposredno ispred njih na rang-listama, odnosno alternative čiji neposredni prethodnici imaju veću prednost.

5.2.1.11. KONAČNA ODLUKA

Nakon što se donositelju odluke iznese prijedlog kompromisnoga rješenja (uz cjelovitu popratnu "dokumentaciju" koju tvore alternative, njihovo vrednovanje, kriterijske funkcije i tvorba prijedloga kompromisnoga rješenja uz detaljan opis toga rješenja), pristupa se donošenju konačne odluke.

Ukoliko prijedlog kompromisnoga rješenja sadrži točno jednu alternativu, konačna odluka može biti donesena glasovanjem ili pregovorima. Pritom se kod glasovanja pretpostavlja da se alternativa prihvaća ako za nju glasuje (relativna ili apsolutna) većina, a ako se to ne dogodi, predloženo rješenje se odbija pa se cijeli postupak višekriterijskoga odlučivanja provodi iznova.

Ukoliko prijedlog kompromisnoga rješenja sadrži više alternativa, mogući su različiti postupci donošenja konačne odluke: glasovanje o svakoj pojedinoj alternativi (prihvaća se ona koja dobije najveći broj glasova), "ocjenjivanje", odnosno rangiranje alternativa od strane samih donositelja odluke (prihvaća se ona koja ima najveću srednju ocjenu ili najveći broj bodova) itd.

Ukoliko je sustav odlučivanja takav da (barem) jedan od članova ekipe donositelja odluke uloži "veto" na konačnu odluku, počinje proces pregovora koji završava točno jednim od sljedećih ishoda:

1.) donesena je konačna odluka;
2.) ponavlja se postupak višekriterijskoga odlučivanja, ali uz uvažavanje predloženih izmjena;
3.) nije donesena konačna odluka.

U tablici 3. navodi se pet tipova konfliktnih situacija i prijedlozi postupaka za rješenje konflikta. Treba napomenuti da postoje slučajevi kada se konfliktna situacija u planiranju složenih (međudržavnih) sustava godinama nije mogla razriješiti.

Konfliktna situacija	*Postupak rješavanja konflikta*
Postojanje sporazuma	Izbjegavanje konflikta
Iskrsavanje nesporazuma	Obavještavanje i uključivanje javnosti
Razvijanje suprotnih stavova	Pregovaranje
Izražena polarizacija sustava i veza	Postupak mirenja i zajedničko pronalaženje istine na temelju prihvaćenih činjenica
Nerazumljiv konflikt	Administrativno saslušanje, parničenje

Tablica 3. Tipovi konfliktnih situacija i postupci rješavanja konflikata

Ukoliko se donese konačna odluka i ukoliko je kao konačno rješenje prihvaćena točno jedna od predloženih alternativa, stvoreni su svi preduvjeti za početak ostvaraja prihvaćene alternative, odnosno njezinu praktičnu implementaciju.

U praksi se algoritam metode VIKOR sastoji samo od koraka opisanih u podtočkama 5.2.1.1. – 5.2.1.9., no, kako se u ovome radu naglasak stavlja na proces odlučivanja, dodani su koraci opisani u podtočkama 5.2.1.10. i 5.2.1.11. radi upotpunjenja postupka višekriterijskoga odlučivanja. U problemima prometa i transporta ovakvo odlučivanje se odvija gotovo u rješavanju svakoga problema (izbor trase neke cestovne prometnice, rangiranje željezničkih pruga prema redoslijedu kojim će se vršiti popravci itd.) pa VIKOR u kombinaciji s ostalim metodama (PROMETHEE, ELECTRE itd.) može vrlo korisno pridonijeti iznalaženju što kvalitetnijih rješenja.

Radi ilustracije postupka rangiranja alternativa i ukazivanja na važnost pojedinih koraka toga postupka, u nastavku se navode tri ilustrativna primjera. Prvi od njih je detaljno riješen, a za ostale su navedeni samo rezultati jer ih je podesnije rješavati rabeći programski paket VIKOR[50].

---

[50] Cf. infra točku 7.3. Programski paket VIKOR.

5.3. ILUSTRATIVNI PRIMJERI

Primjer 5.1. Neka je skup alternativa

$$A := \{a_1, a_2, a_3, a_4\},$$

a kriterijska funkcija

$$f(a_i) = (f_1(a_i), f_2(a_i), f_3(a_i)),\ \ i = 1, 2, 3, 4,$$

pri čemu su:

$$\left.\begin{array}{l} \text{alternativa } a_1 = \text{"pomoćna varijanta"} \\ \text{alternativa } a_2 = \text{"srednja varijanta"} \\ \text{alternativa } a_3 = \text{"maksimalna varijanta"} \\ \text{alternativa } a_4 = \text{"minimalna varijanta"} \end{array}\right\} \quad \text{nazivi alternativa}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{funkcija } f_1 = \text{"efikasnost"} \\ \text{funkcija } f_2 = \text{"ukupni troškovi"} \\ \text{funkcija } f_3 = \text{"kvaliteta rada"} \end{array}\right\} \quad \text{nazivi kriterijskih funkcija}$$

Treba rangirati zadane alternative s obzirom na sve kriterije.

Ovdje je broj alternativa $m = 4$ a broj kriterijskih funkcija koji tvore vektorsku kriterijsku funkciju $n = 3$. Nadalje, neka je matrica F koju tvore vrijednosti pojedinih kriterija za svaku alternativu zadana s

$$F = \begin{bmatrix} 70 & 50 & 100 & 0 \\ 80 & 30 & 100 & 0 \\ 80 & 50 & 100 & 10 \end{bmatrix}$$

S obzirom na karaktere (tj. interpretaciju) kriterijskih funkcija, logično je zahtijevati maksimiziranje prve i treće funkcije (f_1 i f_3), a minimiziranje druge. Dakle, traže se rješenja problema

$$\max_{x \in A} f_1(x) \qquad \min_{x \in A} f_2(x) \qquad \max_{x \in A} f_3(x)$$

Iz matrice F se izravno očitava:

$$x_1^* = a_3, x_2^* = a_4, x_3^* = a_3$$

otkuda slijedi

$$f_1^* = f_3^* = 100,\ f_2^* = 0.$$

pa je idealno rješenje

$$f^* = (100, 0, 100).$$

Budući da se efikasnost, troškovi i kvaliteta iskazuju različitim mjernim jedinicama, nužno je provesti postupak pretvorbe kriterijskih funkcija[51]. U tu svrhu određuju se i vrijednosti najlošijih alternativa s obzirom na svaki kriterij. Rješavanjem problema

$$\begin{array}{lll} \min f_1(x) & \max f_2(x) & \min f_3(x) \\ x \in A & x \in A & x \in A \end{array}$$

dobije se:

$$x_1^- = a_4,\ x_2^- = a_3,\ x_3^- = a_4,$$

pa slijedi:

$$f_1^- = 0, f_2^- = 100, f_3^- = 10.$$

Nakon toga se elementi matrice D računaju prema formuli (5.11). Dobiva se:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{10} & 1 & 0 \\ \frac{2}{9} & \frac{5}{9} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Radi jednostavnosti, neka su težine kriterija međusobno jednake:

$$w_1 = w_2 = w_3 = \frac{1}{3}.$$

Algoritam metode VIKOR pretpostavlja da je težina strategije odlučivanja $v = \frac{1}{2} = 0.5$. Prema ranijim razmatranjima[52], ta je vrijednost korektna i s obzirom na ukupan broj kriterija.

Potom se računaju vrijednosti veličina S_j i R_j prema formulama (5.15). Radi preglednosti, one se prikazuju u obliku jednoretčanih matrica *S i R*. Zbog $w_1 = w_2 = w_3 = \frac{1}{3}$, definicijske formule za S_j i R_j mogu se zapisati u obliku:

---

[51] Cf. supra podtočku 5.2.1.3. Pretvorba višetipskih kriterijskih funkcija.

[52] Cf. supra podtočku 5.2.1.5. Zadavanje težina strategije odlučivanja

$$\left.\begin{aligned} S_j &= \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^{3} d_{ij} \\ R_j &= \frac{1}{3} \cdot \max_i \left[d_{ij}\right] \end{aligned}\right\} \tag{5.30}$$

Računanjem se dobije

$$S = \begin{bmatrix} \frac{119}{270} & \frac{61}{135} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{4}{15} & \frac{5}{27} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix},$$

pa je

$$S^* = \frac{1}{3},\ S^- = \frac{2}{3},\ R^* = \frac{5}{27},\ R^- = \frac{1}{3}.$$

Uočava se da je

$$R_3 = R_4 = R^-$$

(što se moglo i očekivati[53] zbog međusobno jednakih težina i valjanosti nejednakosti $3 = n < m = 4$) pa se moraju računati i vrijednosti r_j. Neka vrijednost R_3 ostane neizmijenjena. Zbog toga se računa

$$r_4 = \frac{S_4 - R^-}{100} = \frac{1}{300},$$

pa je nova vrijednost veličine R_4 :

$$R_4 = \frac{1}{3} + \frac{1}{300} = \frac{101}{300}.$$

Tako je matrica R jednaka

$$R = \begin{bmatrix} \frac{4}{15} & \frac{5}{27} & \frac{1}{3} & \frac{101}{300} \end{bmatrix}$$

Vrijednost R^* ostaje nepromijenjena, dok se vrijednost R^- mijenja:

$$R^- = \frac{101}{300}.$$

[53] Cf. supra podtočku 5.2.1.6. Računanje vrijednosti veličina S_j, R_j i Q_j, $j \in [m]$.

Preostaje izračunati vrijednosti veličina QS_j, QR_j *i* Q_j, $j = 1, 2, 3, 4$. Radi preglednosti, one se zapisuju matrično, i to redom u matricama *QS, QR i Q*. Rabeći formule (5.15) dobiva se:

$$QS = \begin{bmatrix} \frac{29}{90} & \frac{16}{45} & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
$$QR = \begin{bmatrix} \frac{220}{409} & 0 & \frac{400}{409} & 1 \end{bmatrix}.$$

Zbog $v = \frac{1}{2}$, formula za vrijednosti Q_j može se zapisati u obliku :

$$Q_j = \frac{1}{2} \cdot \left(QS_j + QR_j\right), \tag{5.31}$$

za svaki $j = 1, 2, 3, 4$. Prema tome je

$$Q = \begin{bmatrix} 0.4301 & 0.1778 & 0.4890 & 1 \end{bmatrix}$$[54].

Potom se alternative rangiraju tako da je najbolja ona koja ima najmanju vrijednost veličine QS_j, QR_j odnosno Q_j. Usporedba elemenata matrice *QS* daje

$$0 < \frac{29}{90} < \frac{16}{45} < 1$$

pa se dobiva rang-lista

$$a_3 \; a_1 \; a_2 \; a_4$$

Analogno, usporedbom elemenata matrica *QR* i *Q* u oba se slučaja dobiva sljedeća rang-lista:

$$a_2 \; a_1 \; a_3 \; a_4$$

Stoga se alternativa a_2 nameće kao najbolje kompromisno rješenje. Da bi se utvrdilo je li ona uistinu najbolja, treba provjeriti uvjete (U0), (U1) i (U2)[55].

Uvjet (U0) je ispunjen jer je alternativa a_2 prva na rang-listi.

Za provjeravanje uvjeta (U1) najprije se računa

$$DQ := \min\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4-1}\right\} = \frac{1}{4},$$

a potom i

---

[54] Zbog "velikih" nazivnika elementi matrice *Q* nisu zapisani u obliku razlomaka, nego u obliku decimalnih brojeva s točnošću na 4 decimalna mjesta.

[55] Cf. supra podtočku 5.2.1.8. Određivanje kompromisnoga rješenja.

$$Q(a_2) - Q(a_1) = 0.2523.$$

Dakle, vrijedi nejednakost

$$Q(a_2) - Q(a_1) \geq DQ,$$

pa je uvjet (U1) zadovoljen, tj. a_2 ima dostatnu prednost.

Budući da je a_2 prvorangirana na listi dobivenoj rangiranjem matrice QR, ispunjen je jedan od 3 poduvjeta sadržana u uvjetu (U2), što je dovoljno za zaključak da a_2 ispunjava uvjet (U2), tj. da je "dovoljno čvrsto" prvorangirana. Radi analize, odredit će se i rang-liste alternativa uz težine strategije $v = \frac{1}{4}$ i $v = \frac{3}{4}$. Redom se dobivaju sljedeće kompromisne rang-liste:

$$a_2 a_1 a_3 a_4;$$
$$a_3 a_2 a_1 a_4.$$

Iz svega navedenog proizlazi da je alternativa a_2, tj. "srednja varijanta" najbolje kompromisno rješenje, te se ona predlaže donositelju odluke kao konačno rješenje promatranoga problema. Za određivanje intervala stabilnosti nužna je primjena računalnoga programa VIKOR[56].

Primjer 5.2. Pretpostavlja se da je skup alternativa

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\},$$

te da se vektorska kriterijska funkcija sastoji od dvije komponente od kojih prvu treba minimizirati, a drugu maksimizirati. Neka je matrica $F \in \mathbf{M}_{2,5}(\mathbf{R})$ jednaka

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 160 & 220 & 240 & 150 \\ 640 & 240 & 100 & 0 & 100 \end{bmatrix},$$

te neka su obje polazne težine kriterija jednake:

$$w_1 = w_2 = \frac{1}{2}.$$

(Pretpostavlja se i da je težina strategije jednaka $\frac{1}{2}$). Treba rangirati alternative s obzirom na zadane kriterije.

Ovaj je primjer odabran iz dvaju razloga:

1.) odmah se može vidjeti koja je alternativa najbolje kompromisno rješenje (to je a_1);

2.) kriterijske funkcije nisu dimenzionalno definirane pa se može uzeti da su iskazane istim mjernim jedinicama.

---

[56] Cf. infra točku 7.3. Programski paket VIKOR.

Ukoliko se zbog bezdimenzionalnosti kriterijskih funkcija uzme $D = F$, dobiva se:

$$QS = \begin{bmatrix} 1 & 0.4 & 0.2 & 0 & 0.025 \end{bmatrix}$$
$$QR = \begin{bmatrix} 1 & 0.1837 & 0.1429 & 0.1837 & 0 \end{bmatrix}$$
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0.2919 & 0.1715 & 0.092 & 0.013 \end{bmatrix}$$

pa se za kompromisna rješenja predlažu alternative a_4 i a_5 (a_5 nema dostatnu prednost nad a_4), a alternativa a_1 uopće se ne pojavljuje kao kompromisno rješenje. Takav rezultat očito nije točan, što znači da se ne može uzeti $D = F$. Iako su kriterijske funkcije bezdimenzionalne, njihovi *opsezi nisu usporedivi*: opseg prve kriterijske funkcije jednak je 240, a druge 640. Zbog toga pretvorbu kriterijskih funkcija praktično treba provoditi neovisno o dimenzionalnostima kriterija.

Algoritmom metode VIKOR dobiva se:

Idealno rješenje: (0,640)

$$D = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{11}{12} & 1 & \frac{5}{8} \\ 0 & \frac{5}{8} & \frac{27}{32} & 1 & \frac{27}{32} \end{bmatrix},$$
$$S = \begin{bmatrix} 0 & \frac{31}{48} & \frac{169}{192} & 1 & \frac{47}{64} \end{bmatrix},$$
$$R = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{11}{24} & \frac{1}{2} & \frac{27}{64} \end{bmatrix},$$
$$S^* = 0, S^- = 1, R^* = 0, R^- = \frac{1}{2},$$
$$QS = S,$$
$$QR = 2 \cdot R = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{11}{12} & 1 & \frac{27}{32} \end{bmatrix},$$
$$Q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{21}{32} & \frac{115}{128} & 1 & \frac{101}{128} \end{bmatrix}.$$

Stoga je poredak alternativa:

$$a_1\ a_2\ a_5\ a_3\ a_4.$$

Provjerom se utvrđuje da a_1 zadovoljava uvjete (U1) i (U2), pa je ta alternativa najbolje kompromisno rješenje.

Primjer 3. Pretpostavlja se da je skup alternativa

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\},$$

te da alternative iz toga skupa treba rangirati s obzirom na 4 kriterija različitih tipova:

$$f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4$$

pri čemu kriterije f_1 i f_3 treba minimizirati, a kriterije f_2 i f_4 maksimizirati. Neka je matrica F jednaka

$$F = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 50 & 70 \\ 80 & 90 & 40 & 60 \\ 15 & 10 & 60 & 70 \\ 90 & 80 & 40 & 50 \end{bmatrix},$$

te neka su kriteriji f_1 i f_2 važniji od kriterija f_3 i f_4 što se naznačuje zadavanjem težina:

$$w_1 = 2, w_2 = 2, w_3 = 1, w_4 = 1.$$

(Pretpostavlja se da je težina strategije $v = \frac{1}{2}$.) U ovome je slučaju prvo potrebno normirati težine, a nakon toga provesti sve potrebne izračune. Dobiva se:

$$QS = \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{281} & 1 & \frac{271}{281} \end{bmatrix}$$
$$QR = \begin{bmatrix} \frac{20}{183} & 0 & \frac{60}{61} & 1 \end{bmatrix}$$
$$Q = \frac{1}{2}(QR + QS) = \begin{bmatrix} \frac{10}{163} & \frac{5}{562} & \frac{121}{122} & \frac{276}{281} \end{bmatrix}.$$

Poredak alternativa (s obzirom na matricu Q) jest:

$$a_2\ a_1\ a_4\ a_3\ .$$

Uočava se da prvorangirana alternativa (a_2) ne zadovoljava uvjet (U1), a provjerom se utvrđuje da je uvjet (U2) ispunjen. Stoga kompromisno rješenje mora sadržavati sve alternative a_i koje su "blizu" a_2, odnosno za koje vrijedi nejednakost:

$$Q(a_i) - Q(a_2) < \frac{1}{4}.$$

Tu nejednakost zadovoljava jedino alternativa a_1 pa se donositelju odluke kao kompromisno rješenje predlažu alternative a_1 i a_2.

§6. PRIMJENE METODA VIŠEKRITERIJSKOGA ODLUČIVANJA NA PROBLEME PROMETA I TRANSPORTA

U ovom se poglavlju razmatraju primjene metoda višekriterijskoga odlučivanja na neke probleme prometa i transporta. Pritom se dio problema opisuje samo uz naznaku načina rješavanja, a ostali su riješeni metodom VIKOR[57]. Posebno se razmatra problem dodjeljivanja odgovarajućih težina pojedinim kriterijima.

6.1. TRANSPORTNI PROBLEMI

Ovi problemi izučavaju se još od 40-ih godina prošloga stoljeća, a njihov je zamah napravljen razvojem opće metodologije linearnoga programiranja. Danas se i razni problemi optimalnoga razmještaja strojeva, skladišta, energetskih objekata itd. svode na rješavanje različitih varijanti transportnoga problema, pa se njime i dalje bave mnogi radovi iz područja razvoja analitičkih metoda za rješavanje problema višekriterijskoga odlučivanja.

6.1.1. MODEL JEDNOKRITERIJSKOGA TRANSPORTNOGA PROBLEMA

U najvećemu broju slučajeva određivanje optimalnoga plana transporta neke robe[58] pretpostavlja određivanje takvoga plana prijevoza robe jedne vrste iz tvornice ili skladišta u prodajna mjesta (ili mjesta potrošnje) za kojega će pripadni transportni troškovi biti minimalni. Pritom se kriterijska funkcija interpretira kao ukupni transportni troškovi, a uvjeti (ograničenja) kao ograničen broj raspoloživih izvora robe (tzv. *resursa*), te ograničen kapacitet prometne mreže kojom se obavlja transport.

Neka su $A_1, A_2, \ldots, A_m$ mjesta proizvodnje ili skladištenja neke robe, a $a_1, a_2, \ldots, a_m$ redom raspoložive količine robe za svako od tih mjesta. Nadalje, neka su $B_1, \ldots, B_n$ mjesta prodaje ili potrošnje te robe, a $b_1, b_2, \ldots, b_n$ redom potrebe robe za svako od tih mjesta. Na brojeve $a_1, \ldots, a_m, b_1, \ldots, b_n$ postavlja se još i dodatni uvjet:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \tag{6.1}$$

Taj se uvjet naziva *uvjet ravnoteže*, a predstavlja matematički zapis zahtjeva da ukupna količina proizvedene robe treba biti jednaka ukupnoj količini prodane (ili potrošene) robe.

[57] Cf. supra točku 5.2. Algoritam metode VIKOR.
[58] Detaljnije o tome cf. Neralić: op.cit., Petrić: op.cit. i Nikolić et.al.:op.cit.

Nadalje, neka je c_{ij} cijena transporta jedne jedinice robe iz mjesta a_i u mjesto b_j a x_{ij} količina robe koja se prevozi iz mjesta a_i u mjesto b_j. Transportni problem tada glasi ovako:

$$\left.\begin{array}{l} \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\ \text{p.u} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, ..., m; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \; j = 1, 2, ..., n, \\ x_{ij} \geq 0, \; i = 1, 2, ..., m, \; j = 1, 2, ..., n. \end{array}\right\} \quad (6.2)$$

Prvi skup uvjeta predstavlja ograničenje izvoza robe iz mjesta a_i. Drugi skup uvjeta predstavlja ograničenje prihvata robe u mjestu b_j. Nenegativnost nepoznatih vrijednosti x_{ij} izravno slijedi iz interpretacije tih vrijednosti.

Opisani model naziva se *model jednokriterijskoga transportnoga problema*[59]. On se (najčešće) rješava jednokriterijskom (ili "običnom") simpleks-metodom, premda se u nekim slučajevima (npr. kada se zahtijeva određivanje parcijalnih transportnih troškova) rabe i druge metode (npr. potencijalna metoda)[60].

Navedeni model transportnoga problema često se naziva i *zatvoreni model*. No, u praksi uvjet ravnoteže često nije ispunjen već vrijedi nejednakost:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j , \quad (6.3)$$

što znači da je proizvodnja veća od potrošnje. U takvim se slučajevima skup uvjeta

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, ..., m, \quad (6.4)$$

zamjenjuje skupom uvjeta

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i, \; i = 1, 2, ..., m . \quad (6.5)$$

[59] U radovima se opisani problem ponekad naziva i *klasični jednokriterijski transportni problem.*
[60] Detaljnije o tome cf. Lj. Martić: "Matematičke metode za ekonomske analize", Narodne novine, Zagreb, 1979.

Dobiveni model naziva se *otvoreni model*, a može se svesti na zatvoreni uvođenjem novoga (imaginarnoga) mjesta potrošnje B_{n+1}, njegovih potreba

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j , \tag{6.6}$$

i cijena

$$c_{i,n+1} = 0, \ i = 1, 2, ..., m.$$

Mnogi praktični problemi iz područja jednokriterijske optimizacije mogu se svesti na neki od modela transportnoga problema, a ovaj – uz određene transformacije – na zatvoreni model.

6.1.2. MODEL DVOKRITERIJSKOGA TRANSPORTNOGA PROBLEMA

Budući da se neki transport može programirati i po kriteriju troškova i po kriteriju vremena, nameće se problem određivanja programa transporta uz najmanje troškove i najkraće vrijeme transporta. Tako se formulira tzv. *dvokriterijski* (ili bikriterijski) *transportni problem*[61] u kojemu se pojavljuju dvije kriterijske funkcije. Uz oznaku

t_{ij} = vrijeme potrebno za transport robe iz mjesta a_i u mjesto b_j,

definira se funkcija

$$t(X) = \max_{x_{ij} > 0} t_{ij} \tag{6.7}$$

(za $X = [x_{ij}] \in \mathbf{M}_{m,n}(\mathbf{R})$) koja predstavlja najdulje vrijeme iz skupa svih vremena koja odgovaraju planiranomu transportu robe[62]. Radi kraćega zapisa neka je

$$f(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{6.8}$$

pa se dvokriterijski transportni problem (uz pretpostavku valjanosti uvjeta ravnoteže) može formulirati kao:

---

[61] Detaljnije o tome cf. Martić et. al.: op.cit.

[62] Ako nema transporta robe iz a_i u b_j, može se staviti t_{ij} = 0, pa je za svaki pojedini plan transporta vrijednost funkcije $t(X)$ zapravo najveći element skupa $\{t_{ij,} \ i \in [m], j \in [n]\}$.

$$
\left.
\begin{aligned}
&\min\ (f(X),\ t(X)) \\
&\text{p.u.} \\
&\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ i = 1, 2, \ldots, m, \\
&\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,\ j = 1, 2, \ldots, n, \\
&x_{ij} \geq 0.
\end{aligned}
\right\} \tag{6.9}
$$

Rješenje toga problema jest skup svih efikasnih programa. Neka od tih rješenja moguće je dobiti tako da se najprije riješi problem

$$\min_{x} \max_{x_{ij}>0} t_{ij} \tag{6.10}$$

uz iste uvjete kao i u prethodnomu dvokriterijskomu modelu, te pritom među svim dobivenim rješenjima odrede ona koja zahtijevaju minimalne troškove. Takav se pristup naziva *sekvencijalni*, a opisana metoda *druga Hammerova varijanta*[63].

Treba napomenuti da se ovom metodom ne mogu dobiti sva efikasna bazična rješenja. Isti nedostatak ima i analogna metoda prema kojoj se najprije minimiziraju troškovi, a potom vrijeme. Taj su nedostatak otklonili Berger i Glickman razvivši metodu za generiranje svih bazičnih efikasnih rješenja dvokriterijskoga transportnoga problema[64].

6.1.3. MODEL VIŠEKRITERIJSKOGA TRANSPORTNOGA PROBLEMA

U ovoj se točki razmatra trokriterijski transportni problem čijim se poopćavanjem (uz veći broj kriterija) dobivaju višekriterijski transportni problemi. U literaturi se nerijetko veći dvokriterijski transportni problem tretira kao višekriterijski, ali budući da većina objavljenih radova ipak izdvaja taj problem iz skupine višekriterijskih transportnih problema, i u ovom je radu uporabljen takav pristup.

Jedan od tipičnih problema koji se svodi na višekriterijski transportni problem jest problem izbora prijevoznih sredstava. U praksi se često zahtijeva planiranje načina korištenja prijevoznih sredstava za izvršavanje predviđenih operacija transporta. Tu se gotovo u pravilu pretpostavlja da jedno vozilo prevozi točno jednu vrstu robe radi dobivanja jednostavnijega

---

[63] Detaljnije o tome cf. Lj. Martić: "Nelinearno programiranje", Informator, Zagreb, 1972.

[64] Detaljnije o tome cf. P.D.Berger i I.S.Glickman: "Cost/Completion-Date Tradeoffs in the Transportation Problem", Operations Research, Vol. 25, No. 1, 1977., pp. 163 – 168.

matematičkoga modela. Ovdje se opisuje model koji predstavlja preseljenje nekog skladišta robe na novu lokaciju[65].

Pretpostavlja se da postoji jedna početna lokacija tereta (ishodište), jedna krajnja lokacija tereta (odredište), te jedna lokacija s koje kreću sva vozila koja prevoze robu (teret). Tzv. prazan hod vozila (dolazna vožnja po robu na ishodište i povratak s odredišta nakon obavljenoga prijevoza) zanemaruje se. Problem je odabrati prijevozna sredstva tako da se u jednoj prijevoznoj turi preveze što veća količina robe uz uporabu što manjega broja vozila.

Matematički model ovoga problema jest sljedeći: Neka su R_1, R_2, …, R_m vrste roba koje treba prevesti, a r_1, r_2,…r_m redom njihove količine. Nadalje, neka su V_1, V_2, …, V_n tipovi prijevoznih sredstava (vozila) koja stoje na raspolaganju a v_1, v_2,…, v_n redom raspoloživi brojevi svakoga od tih sredstava. Definiraju se sljedeći dodatni parametri:

q_j – prosječna nosivost vozila V_j,
a_j – fiksni troškovi (jednoga) vozila V_j,
b_j – troškovi po jedinici prosječne nosivosti vozila V_j,
$c_j := a_j + q_j \cdot b_j$ - ukupni troškovi prijevoza s (jednim) vozilom V_j,
d_{ij} – koeficijent iskorištenja nosivosti vozila V_j, s robom R_i,
x_{ij} – ukupan broj vozila V_j koji će prevoziti robu R_i,

za svaki $i \in [m]$ i za svaki $j \in [n]$. Potom se definiraju funkcije:

$$\left.\begin{aligned} f_1(X) &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \\ f_2(X) &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_{ij}, \\ f_3(X) &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot x_{ij}, \end{aligned}\right\} \tag{6.11}$$

(za $X = [x_{ij}] \in \mathbf{M}_{m,\,n}(\mathbf{R})$) i vektorska funkcija

$$f(X) = (f_1(X),\ f_2(X),\ f_3(X))$$

pa se promatra problem

[65] Detaljnije o tome cf. Nikolić et.al.: op.cit.,

$$\left.\begin{aligned} &\min f(X) \\ \text{p.u.} & \\ &\sum_{j=1}^{n} q_j \cdot d_{ij} \cdot x_{ij} \ge r_i, \\ &\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le v_j, \\ &x_{ij} \in \mathbf{N} \end{aligned}\right\} \quad (6.12)$$

za svaki $i \in [m]$ i svaki $j \in [n]$[66].

Interpretacija kriterija i uvjeta je sljedeća:

Funkcija $f_1(x)$ predstavlja ukupan broj vozila, funkcija $f_2(x)$ ukupne troškove, a funkcija $f_3(x)$ prosječnu nosivost svih vozila. Cilj je minimizirati svaku od tih funkcija.

Prvi skup uvjeta je zapis zahtjeva da prosječna nosivost svih tipova vozila namijenjenih prijevozu robe R_i mora biti barem jednak ukupnoj količini te robe. Drugi skup uvjeta je zapis zahtjeva da ukupan broj vozila tipa V_j namijenjenih prijevozu svih vrsta robe mora biti najviše jednak raspoloživom broju vozila toga tipa. Posljednji je uvjet tzv. prirodan uvjet na brojeve vozila: oni moraju biti nenegativni.

Zbog linearnosti kriterija i uvjeta, ovakve je probleme prikladno rješavati višekriterijskom simpleks-metodom, a zbog ukupnoga broja nepoznanica praktično je rabiti neki od programskih paketa namijenjenih optimizaciji modela cjelobrojnoga linearnoga programiranja (npr. GAMS).

Opisani model primjer je modela trokriterijskoga transportnoga problema. Radi praktičnih se potreba ovom modelu mogu dodati još neki ciljevi[67] i uvjeti[68]. Svi oni tvore višekriterijski transportni problem koji se, s obzirom na broj i tip kriterija, odnosno uvjeta, uglavnom rješava uporabom odgovarajućih programskih paketa.

Opći transportni problem pripada dobro strukturiranim problemima višekriterijskoga odlučivanja pa su mu glavna obilježja:

– beskonačno mnogo alternativa (kao rješenja problema),
– izrazita interakcija s donositeljem odluke tijekom cijeloga procesa odlučivanja,
– rješavanje pripadnoga modela određivanjem (u početku nepoznatih) efikasnih rješenja i odabirom jednoga ili više od njih.

U prometu su, međutim, znatno češći loše strukturirani problemi koji sadrže konačno mnogo alternativa. Tada se konačno rješenje određuje vrednovanjem (unaprijed predloženih)

---

[66] Pritom se pretpostavlja da je $\mathbf{N} := \{0, 1, 2, \ldots\}$.
[67] Najčešće se zahtijeva minimizacija ukupnoga praznoga hoda vozila.
[68] Može se zahtijevati npr. da prazan hod vozila bude isključivo u dolasku po robu, da vozila različitih tipova ne rabe isti put prevozeći istu vrstu robe i sl.

alternativa i odabirom najbolje od njih, pri čemu se u procesu odlučivanja rabe metode poput ELECTRE, PROMETHEE, AHP, VIKOR itd.

6.2. PRIMJENA VIŠEKRITERIJSKOGA ODLUČIVANJA U PROMETNOM PLANIRANJU

Proces planiranja i projektiranja neke prometnice praktično je iznimno složen. Stoga se on ne može kvalitetno i potpuno opisati samo jednim matematičkim modelom, nego se za svaki pojedini dio toga procesa formira zaseban matematički model. Ipak, cijeli taj proces može se podijeliti na tri osnovna dijela[69]:

1.) određivanje alternativa;
2.) vrednovanje alternativa;
3.) donošenje odluke o najpovoljnijemu rješenju.

Same alternative određuju se odgovarajućim istraživanjima prostora. Tu se ne misli samo na uobičajena topografsko – geološka istraživanja, nego i na istraživanje utjecaja na naselja i okoliš, određivanje društvenih interesa itd. Svaka alternativa nužno mora biti tehnički dopustiva s obzirom na postavljene uvjete, a najčešće se određuje pomoću niza različitih varijabli, kao što su: tip prometnice (npr. autocesta, željeznička pruga itd.), razina usluge (određena npr. pomoću najveće dozvoljene brzine), mjere zaštite prometnice (prometno-tehnička oprema, sustav za navodnjavanje), mjere zaštite okoline, različiti tehnički parametri (poprečni profil, nagibi itd.) i dr. Sve te varijable su vektorske veličine pa je teorijski ukupan broj alternativa vrlo velik. Međutim, same varijable praktično nisu nezavisne, nego je to samo dio njih (tj. dio varijabli je nezavisan, a ostale varijable ovise o njihovim vrijednostima). Prilikom određivanja alternativa nužno je ispitati i detaljno utvrditi sve moguće ovisnosti varijabli jer će tek tada neka alternativa biti tehnički dopustiva.

Značajnu ulogu u određivanju alternativa imaju i čimbenici poput težnje za očuvanjem postojećih prometnica (naročito izražene u razvijenim industrijskim zemljama), financijskih ograničenja u održavanju prometnica, socijalnih i ekoloških zahtjeva za smanjivanje negativnih utjecaja prometnica i prometa općenito, razvoja informacijskih sustava, itd. Svaki od njih na određeni se način pojavljuje prigodom definiranja kriterija višekriterijskoga odlučivanja u prometnom planiranju.

Vrednovanje dobivenih alternativa obično se radi s obzirom na sljedeće čimbenike:

1.) ekonomski čimbenici,
2.) funkcija puta,
3.) sigurnost u prometu,
4.) utjecaj na okoliš.

U ekonomske čimbenike pripadaju npr. troškovi gradnje i troškovi održavanja prometnice, a vrednovanje pomoću njih provodi se na temelju odgovarajućih ekonomskih analiza.

[69] Cf. Opricović: op.cit. i Vincke: op.cit.

Funkcija puta najčešće se vrednuje pomoću duljine trajanja putovanja, komfornosti, uklapanja u postojeću mrežu prometnica itd.

Sigurnost u prometu definira se na temelju broja i tipa nesreća sa smrtonosnim posljedicama, nesreća bez gubitaka ljudskih života, ali s materijalnom štetom, te neizravnim gubicima nastalima zaustavljanjem (i preusmjeravanjem) prometa.

U razvijenim se zemljama sve veća pozornost posvećuje i utjecaju na okoliš. Pritom se razlikuju utjecaji u fazi izgradnje prometnica (npr. utjecaj na floru i faunu), te utjecaj tijekom korištenja prometnice (obično se tu misli na buku u prometu i onečišćavanje zraka). Njihovo vrednovanje obavljaju različiti stručnjaci, a najčešći modaliteti su ocjene od 0 do 5 (0 – zanemariv utjecaj prometnice, 1 – slab utjecaj, …, 5 – okolina je vrlo osjetljiva na utjecaj prometnice).

Nakon provedenog vrednovanja alternativa donosi se odluka o najpovoljnijemu rješenju. Pritom se namjerno govori o "najpovoljnijemu", a ne "najboljemu" rješenju jer je ono u većini slučajeva kompromisno. Moguće je npr. da neka alternativa – koja je tehnički dopustiva i predstavlja najbolje tehničko rješenje – nije ostvariva zbog nedostataka financijskih sredstava, pa se mora tražiti kompromisno, ali ostvarivo rješenje[70]. Sve to upućuje na problem rangiranja kriterija, odnosno dodjeljivanje odgovarajuće težine svakom pojedinom kriteriju. Donedavno su utjecajima na okolinu dodjeljivane najmanje vrijednosti težina, ali današnji je trend upravo obratan.

Na sljedećim se primjerima ukazuje na način primjene višekriterijskoga odlučivanja u konkretnim problemima prometnog planiranja[71].

6.2.1. MODEL IZBORA TRASE CESTOVNE PROMETNICE

Pretpostavlja se da neka mjesta – A i B – treba povezati gradnjom određenoga tipa prometnice (npr. lokalna cesta). Tehnička ispitivanja pokazala su da su tehnički ostvarive tri trase te prometnice, pa treba odrediti koja je trasa najpovoljnija.

U ovakvim se slučajevima kao skup kriterija za višekriterijsko odlučivanje (odnosno, optimizaciju) zadaje sljedeći skup:

1.) troškovi izgradnje;
2.) stabilnost trase;
3.) ulaganje u stabilnost trase;
4.) prostorno-ekološke posljedice;
5.) povezanost sa sadašnjim i budućim objektima;
6.) eksploatacijski troškovi;
7.) sigurnost i udobnost.

---

[70] U te slučajeve pripada i slučaj trasiranja auto-ceste Zagreb-Split kroz Gacku dolinu kada zbog ekoloških i društvenih utjecaja nije mogla biti ostvarena tehnički najbolja varijanta, nego kompromisna.

[71] Numerički podaci preuzeti su iz Opricović: op.cit., a služe isključivo za ilustraciju načina primjene metode VIKOR. Rezultati i numeričke vrijednosti ne razmatraju se detaljno.

Ovaj je skup moguće nadopuniti i dodatnim kriterijima, ali sedam navedenih smatraju se osnovnima. Kako bi se dobio potpuniji model kojim se što bolje opisuje veza navedenih kriterija s tehničkim varijablama, definira se ukupno 20 kriterijskih funkcija i za svaku od njih utvrđuje se pripadni optimizacijski problem (određivanje minimuma ili maksimuma). Tako se dobivaju sljedeći problemi:

1.) Minimizacija troškova izgradnje:

Troškovi izgradnje dijele se na troškove za pripremu terena i troškove same izgradnje, pa se opisuju vektorskom funkcijom koja se sastoji od dvije komponente:

f_1 – troškovi izgradnje
f_2 – troškovi za pripremu terena;

2.) Maksimizacija stabilnosti trase uz minimizaciju ulaganja

Stabilnost trase određuje se promatranjem položaja trase, te utvrđivanjem postoje li na terenu trase aktivna, odnosno neaktivna klizišta. Ukoliko se utvrdi postojanje klizišta, nužno ih je sanirati. Zbog toga se definiraju sljedeće kriterijske funkcije:

f_3 – aktivna i neaktivna klizišta (duljina u km),
f_4 – stabilan teren,
f_5 – kubatura za saniranje aktivnih klizišta,
f_6 – kubatura za saniranje neaktivnih klizišta.

3.) Minimizacija prostorno-ekoloških posljedica

Kad se govori o prostorno-ekološkim posljedicama, ponajprije se misli na razdvajanje sadašnjih, ali i budućih prostornih cjelina (predviđenih npr. urbanističkim planom), te na izazivanje promjena u postojećoj mreži prometnica. Za opis ovoga kriterija definiraju se sljedeće kriterijske funkcije:

f_7 – razdvajanje sadašnjih prostornih cjelina,
f_8 – razdvajanje budućih prometnih cjelina,
f_9 – promjene u postojećoj mreži prometnica.

Treba napomenuti da se vrijednosti funkcija f_7 i f_8 određuju izravnim subjektivnim ocjenama odgovarajućih parametara s modalitetima 0 do 10 (ponekad od 0 do 5). Pritom veća ocjena znači bolje uklapanje trase uz minimalne prostorno-ekološke posljedice.

4.) Maksimizacija povezanosti sa sadašnjim i budućim objektima

Tu se misli na mogućnost buduće urbanizacije područja obuhvaćenoga trasom, te na zadržavanje kontinuiteta prometnih tokova. Za opis ovoga kriterija definiraju se sljedeće funkcije:

f_{10} – mogućnost izgradnje stambenih naselja,
f_{11} – mogućnost izgradnje ostalih sadržaja,
f_{12} – zadržavanje kontinuiteta prometnih tokova.

Njihove se vrijednosti iskazuju izravnom ocjenom, pri čemu veća ocjena znači bolje rješenje.

5.) Minimizacija eksploatacijskih troškova

U ovome se dijelu višekriterijskoga odlučivanja najčešće rabi neki od simulacijskih programa. Sam proračun sastoji se od proračunavanja trajanja putovanja (pri odgovarajućem opterećenju prometnice), potrošnje goriva (pri istom opterećenju), te gubitka visine (to je građevinski parametar vezan za uzdužni profil trase). Ovi se kriteriji opisuju redom funkcijama f_{13}, f_{14} i f_{15}.

6.) Maksimizacija sigurnosti i udobnosti

Elementi pomoću kojih se vrednuje sigurnost i udobnost neke prometnice su tzv. konfliktne i kolizijske točke (koje mogu biti presječne i uljevno-izljevne), poprečni profil trase, nagib uzdužnoga profila i usjeci i nasipi veći od 3 m. Oni se opisuju redom funkcijama:

f_{16} – konfliktne presječne točke,
f_{17} – konfliktne uljevno-izljevne točke,
f_{18} – elementi poprečnoga profila,
f_{19} – nagib uzdužnoga profila,
f_{20} – usjeci i nasipi veći od 3 m.

U sljedećoj se tablici navode neke konkretne vrijednosti svih navedenih funkcija:

Funkcija	*Ekstremna vrijednost*	*Vrijednosti po alternativi* a_1	*Vrijednosti po alternativi* a_2	*Vrijednosti po alternativi* a_3	f_i^*	f_i^-
f_1	*min*	216930	289690	305470	216930	305470
f_2	*min*	307000	155080	204320	155080	307000
f_3	*min*	1.52	0.86	0.95	0	1.52
f_4	*max*	3.41	3.54	3.28	3.82	0
f_5	*min*	600000	36250	79600	0	600000
f_6	*min*	301250	147000	129000	0	301250
f_7	*max*	5	8	10	10	0
f_8	*max*	8	6	7	10	0
f_9	*min*	7	2	2	2	7
f_{10}	*max*	3	10	10	10	0
f_{11}	*max*	3	8	8	10	0
f_{12}	*max*	5	10	10	10	0
f_{13}	*min*	20.1	14.6	18.2	146	20.1
f_{14}	*min*	7.23	4.65	6.14	4.65	7.23
f_{15}	*min*	41.55	29.06	32.73	29.06	41.55
f_{16}	*min*	41	0	0	0	41
f_{17}	*min*	67	24	24	24	67
f_{18}	*max*	17.5	24	24	24	17.5
f_{19}	*min*	5.1	3.4	3.8	0	5.1
f_{20}	*min*	3.5	3.1	3.7	0	3.7

Tablica 4. Vrijednosti kriterijskih funkcija u modelu izbora trase cestovne prometnice

Ovdje treba dati nekoliko napomena.

Za vrijednosti f_i^* funkcija f_3, f_5 i f_6 uzeta je nula, a ista je stvar i za vrijednost f_i^- funkcije f_4, iako pripadne vrijednosti niti za jednu alternativu nisu jednake nuli. Razlog tomu je drugi korak algoritma metode VIKOR[72] u kojemu se dozvoljava mogućnost da donositelj odluke sâm definira idealno rješenje uz određivanje dopustivih intervala vrijednosti kriterijskih funkcija. U ovom je slučaju učinjeno upravo to: na temelju provedenih tehničkih analiza utvrđeno je da dopustivi interval vrijednosti kriterijskih funkcija jest $[0, +\infty\rangle$, tj. skup svih nenegativnih realnih brojeva, pa su vrijednosti za f_i^* i f_i^- odabrane u skladu s tim. Sličan je način uporabljen i pri određivanju vrijednosti funkcija f_7, f_8, f_{10}, f_{11} i f_{12}: te su vrijednosti zapravo ocjene dobivene subjektivnim procjenama, a već je istaknuto da one mogu poprimiti sve cjelobrojne vrijednosti od 0 do 10. Budući da te funkcije opisuju mogućnost određenih događaja, njihove se vrijednosti ne mogu empirijski utvrditi pa se može uzeti da je njihova idealna vrijednost 10, a najmanja 0. Naprotiv, promjene u postojećoj mreži prometnica (opisane funkcijom f_9) mogu se sa sigurnošću predvidjeti pa su zbog toga uzete vrijednosti

$$f_9^* = 2, \qquad f_9^- = 7.$$

Da se odrede težine kriterija, u ovakvim slučajevima obično se postupa na sljedeći način: Angažira se određen broj stručnjaka iz različitih znanstvenih područja koja se javljaju u promatranom problemu (prometni stručnjaci, građevinski stručnjaci, ekonomisti itd.). Ti stručnjaci razmatraju predložene kriterije i određuju težine svakoga od njih (obično bez uvažavanja uvjeta normiranosti). Nakon toga se provodi postupak normiranja određenih težina, dobiveni rezultati statistički se obrade, pa se kao konačna vrijednost težine pojedinoga kriterija uzima aritmetička sredina svih predloženih vrijednosti težina toga kriterija. Pritom je od interesa odrediti odgovarajuće mjere raspršenosti (standardnu devijaciju, odnosno koeficijent varijacije) kako bi se utvrdilo za koji je kriterij raspršenost težina najveća (tj. gdje su stručnjaci najmanje usuglašeni)[73].

Konkretne vrijednosti težina razmatranih kriterija dane su u matričnom obliku:

$$W = \begin{bmatrix} 0.085 & 0.056 & 0.051 & 0.034 & 0.06 & 0.026 & 0.052 & 0.022 & 0.04 & 0.058 \\ 0.025 & 0.125 & 0.078 & 0.078 & 0.039 & 0.052 & 0.034 & 0.052 & 0.014 & 0.021 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{20,1}(\mathbf{R})$$

Element na mjestu $(i, 1)$ jednak je težini funkcije f_i. To znači da su težine kriterija iz početnoga skupa

$$W_p = [0.141 \quad 0.171 \quad 0.114 \quad 0.208 \quad 0.194 \quad 0.172] \in \mathbf{M}_{6,1}(\mathbf{R}).$$

(Kriteriji 2. i 3. objedinjeni su u jedan kriterij čija je težina 0.171).

Uočava se da su stručnjaci najveći značaj dali povezanosti sa sadašnjim i budućim objektima (dakle, osnovnoj funkciji prometnice), a najmanji prostorno-ekološkim posljedicama. S prometnoga je stanovišta najznačajnije zadržati (ili poboljšati) kontinuitet prometnih tokova, pa je to razlog što funkcija f_{12} ima pojedinačno najveću težinu.

---

[72] Cf. supra podtočku 5.2.1.2. Određivanje idealnoga rješenja.

[73] Opisana metoda naziva se *Delfi–metoda* i često se rabi u rješavanju prometnih problema.

Rangiranje s navedenim konkretnim težinama kriterija daje sljedeću rang-listu[74]:

$$a_2 \; a_3 \; a_1,$$

pri čemu a_2 ima prednost od 22% u odnosu na a_3. Ta prednost nije dostatna, pa se kao kompromisno rješenje predlaže skup $\{a_2, a_3\}$. Pritom su za f_i^* i f_i^-, $i = 1, 2, \ldots, 20$, uzete "prave" vrijednosti (one dobivene rješavanjem 20 optimizacijskih problema u koraku 2.), a ne vrijednosti iz Tablice 1. Međutim, ukoliko se umjesto tih vrijednosti uzmu one navedene u Tablici 1., dobiva se ista rang-lista u kojoj alternativa a_2 ima prednost od 62% nad a_3. Analiza stabilnosti preferencijske strukture ovog rješenja daje:

$$\begin{aligned} &0 \le w_1 \le 0.379 \\ &0 \le w_4 \le 0.556 \\ &0 \le w_6 \le 0.419 \\ &0 \le w_7 \le 0.336 \\ &0 \le w_8 \le 0.178 \\ &0 \le w_i \le 1, \text{ za sve ostale } i. \end{aligned}$$

Može se zaključiti da alternativa a_2 predstavlja stabilno kompromisno rješenje, pa se predlaže donositelju odluke kao konačna odluka.

6.2.2. MODEL IZBORA TRASE ŽELJEZNIČKE PRUGE

Promatrana kao zaseban sustav, željeznička pruga je izuzetno složena. Dovoljan kapacitet, željena vozna brzina, udoban i komforan prijevoz, maksimalna sigurnost prometa, minimalni troškovi izgradnje i eksploatacije, minimalan utjecaj na okoliš – samo su neki od zahtjeva koje mora ispuniti taj sustav. Razvoj industrije imao je, između ostalih, i posljedicu javljanja potrebe za sve većim voznim brzinama i vučom sve težih (kako teretnih, tako i putničkih) garnitura vlakova. Zbog toga su pokrenuta brojna istraživanja koja su najveći napredak ostvarila u području elektrotehnike i upravljanja prometom. Uvođenje suvremenih telekomunikacijskih uređaja i signalno-sigurnosnih sustava omogućilo je sigurno upravljanje željezničkim prometom iz jednoga centra, čime su se znatno smanjili troškovi pružnoga osoblja, a povećala propusna moć željezničke pruge. I željeznička prijevozna sredstva doživjela su mnogobrojna poboljšanja zahvaljujući novim tehničkim rješenjima. Osnovna koncepcija prijevoza željeznicom utemeljena na kolosječnom zastoru od tucanika, drvenim pragovima, šinama i pričvrsnom priboru pritom se nije značajnije izmijenila.

Budući da Nacionalna strategija razvoja prometa u Republici Hrvatskoj[75] predviđa ne samo obnovu postojeće željezničke infrastrukture, nego i nove pružne trase[76], na primjeru se razmatra primjena višekriterijskoga odlučivanja u te svrhe[77].

---

[74] Rangiranje i analiza stabilnosti preferencijske strukture izvršeni su primjenom poslovne verzije računalnoga programa VIKOR.

[75] Cf. [17].

[76] Npr. Podsused – Samobor – Bregana.

[77] Isti način odlučivanja može se primijeniti i u rješavanju drugih problema željezničkoga prometa.

Pretpostavlja se da mjesta *A i B* treba povezati željezničkom prugom i da su tehničkim ispitivanjima dobivena ukupno 4 tehnički ostvariva rješenja[78]:

$$a_1,\ a_2,\ a_3 \text{ i } a_4.$$

Koristeći metodu VIKOR treba rangirati ta rješenja i predložiti najpovoljnije.

Najprije se određuje kriterijski skup. U literaturi se najčešće navodi sljedećih sedam osnovnih kriterija:

1.) investicijski troškovi;
2.) vrijeme izgradnje;
3.) geološki uvjeti;
4.) kapacitet (propusna moć) pruge;
5.) eksploatacijski troškovi;
6.) zaštita okoliša i životne sredine;
7.) prostorno-urbanistički utjecaj.

Za opisivanje navedenih kriterija uporabit će se ukupno 27 kriterijskih funkcija koje se mogu podijeliti u 3 grupe. Prvu grupu tvore funkcije koje su ekonomske naravi i čije se vrijednosti iskazuju u novčanim jedinicama. Drugu grupu tvore funkcije čije se vrijednosti iskazuju u tehničkim mjernim jedinicama. Preostalu grupu funkcija tvore funkcije koje se ne mogu kvantificirati, nego se moraju vrednovati na temelju subjektivnih ocjena.

1.) Investicijski troškovi (F_1)

Osnovni podaci za vrednovanje investicijskih troškova dobivaju se iz analiza parametara obavljenih prigodom projektiranja trase[79], a obuhvaćaju:

f_1 – troškovi izgradnje donjega sloja;
f_2 – troškovi izgradnje gornjega sloja;
f_3 – troškovi nabave i opremanja voznoga parka;
f_4 – troškovi izgradnje elektroenergetskih postrojenja;
f_5 – troškovi signalno-sigurnosnih i telekomunikacijskih postrojenja;
f_6 – troškovi eksproprijacija.

Vrijednosti tih svih pokazatelja iskazane su istim novčanim jedinicama (euro, kuna, američki dolar), a u procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se njihova minimizacija.

2.) Vrijeme izgradnje (F_2)

Ukupno vrijeme izgradnje određuje se mrežnim planom, izražava u godinama (ponekad u danima ili mjesecima), a opisuje pomoću sljedećih funkcija:

f_7 – vrijeme izgradnje tunela;
f_8 – vrijeme izgradnje mostova;
f_9 – vrijeme izrade projekta;

---

[78] Naglasak se ponovno stavlja na definiranje i vrednovanje kriterijskih funkcija i njihovih težina. Numeričke vrijednosti služe isključivo ilustraciji izloženih ideja.
[79] Takve analize sastavni su dio projektne dokumentacije.

f_{10} – vrijeme izgradnje ili obnove stajališta (ili kolodvora).

Njihove vrijednosti također se dobivaju analizom provedenom u procesu projektiranja pruge, a u procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se njihova minimizacija.

3.) Geološki uvjeti (F_3)

Ovaj kriterij vrednuje se ocjenjivanjem, pri čemu veća ocjena znači lošiji modalitet[80]. Geološki uvjeti opisuju se pomoću sljedećih funkcija:

f_{11} – stabilnost terena u prirodnim uvjetima, a definirana je s

$$f_{11} = \begin{cases} 1, \text{ ako je teren stabilan;} \\ 2, \text{ ako je teren uvjetno stabilan;} \\ 3, \text{ ako je teren nestabilan.} \end{cases}$$

f_{12} – stabilnost u uvjetima izgradnje i iskorištavanja. Budući da ima iste modalitete kao i funkcija f_{11}, definirana je i na isti način.

f_{13} – nosivost tla, a definirana je s

$$f_{13} = \begin{cases} 1, \text{ ako je nosivost povoljna;} \\ 2, \text{ ako je nosivost srednje povoljna;} \\ 3, \text{ ako je nosivost mala.} \end{cases}$$

f_{14} – slijeganje tla, a definirana je s

$$f_{14} = \begin{cases} 1, \text{ ako je slijeganje neznatno ;} \\ 2, \text{ ako je slijeganje srednje znatno;} \\ 3, \text{ ako je slijeganje veliko i dugotrajno.} \end{cases}$$

f_{15} – razina podzemnih voda, a definirana je s

$$f_{15} = \begin{cases} 1, \text{ ako se podzemne vode nalaze na dubini većoj od 3 m;} \\ 2, \text{ ako se podzemne vode nalaze na dubini između 1 i 3 m;} \\ 3, \text{ ako se podzemne vode nalaze na dubini do 1 m.} \end{cases}$$

Ako su w_i težine kriterija f_i, $i = 11, 12, \ldots, 15$, onda je ukupna vrijednost funkcije F_3 jednaka

$$F_3 = \sum_{i=11}^{15} w_i \cdot \sum_{m=1}^{D} \frac{(f_i)_m \cdot l_m}{l}, \tag{6.13}$$

gdje je $D \in \mathbf{N}$ ukupan broj dionica pruge, l_m duljina m – te dionice, $(f_i)_m$ vrijednost kriterija f_i za m – tu dionicu, a l ukupna duljina trase. U procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se minimizacija funkcije F_3.

[80] Svaka je ocjena ustvari jednaka rangu odgovarajućega modaliteta.

4.) Kapacitet (propusna moć) pruge (F_4)

To je ukupan broj parova vlakova koji mogu proći željenom trasom pruge tijekom jednoga dana (ponekad i jednoga sata). U procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se maksimizacija funkcije F_4.

5.) Eksploatacijski troškovi (F_5)

Izražavaju se u istim novčanim jedinicama kao i investicijski troškovi, a za "mjerno razdoblje" obično se uzima jedna godina (365 dana). Opisuju se preko sljedećih funkcija:

f_{16} – troškovi održavanja pruga, stajališta i kolodvora;
f_{17} – troškovi održavanja voznoga parka;
f_{18} - troškovi održavanja pogona za elektrifikaciju;
f_{19} – troškovi održavanja signalnih uređaja;
f_{20} – troškovi organizacije i upravljanja.

U procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se minimizacija ovih funkcija.

6.) Zaštita okoliša i životne sredine (F_6)

Osnovni podaci za određivanje utjecaja na zaštitu okoliša i životne sredine navode se u odgovarajućoj studiji koja je sastavni dio projektne dokumentacije. Ako štetan utjecaj premaši graničnu vrijednost propisanu zakonom, onda se u investicijske troškove (funkcija F_1) dodaje nova funkcija koja predstavlja troškove izgradnje zaštitnih objekata. Zaštita okoliša i životne sredine opisuje se pomoću sljedećih funkcija:

f_{21} – utjecaj buke;
f_{22} – utjecaj elektromagnetskoga zračenja;
f_{23} – utjecaj vibracija.

Premda se vrijednosti tih funkcija mogu kvantitativno iskazati, znatno češći je slučaj da se njihove vrijednosti dobiju Delfi metodom[81]. U procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se maksimizacija funkcije F_6.

7.) Prostorno-urbanistički utjecaj (F_7)

Taj se utjecaj određuje pomoću sljedećih funkcija:

f_{24} – uklapanje u prostorni plan i prometnu mrežu, te povezivanje s drugim prometnim sustavima;
f_{25} – duljina trase koja presijeca područje stanovanja, privrednih djelatnosti, odmora i rekreacije;
f_{26} – zaštita spomenika i prirodnih dobara.

Radi omogućavanja vrednovanja funkcije F_7, funkciju f_{25} (s kvantitativnim vrijednostima dobivenim mjerenjem) nužno je zamijeniti novom funkcijom f_{27} čije se vrijednosti – kao i za funkcije f_{24} *i* f_{26} – dobiju ocjenjivanjem. Zbog toga se definira

[81] Cf. supra točku 6.2.1. Model trase cestovne prometnice.

f_{27} – očuvanje prostornih cjelina,

pa se vrijednosti funkcija f_{24}, f_{26} *i* f_{27}, te vrijednosti funkcije F_7 dobiju na potpuno analogan način kao i vrijednosti funkcija $f_{11},\ldots, f_{15}$, odnosno vrijednost funkcije F_3. U procesu višekriterijske optimizacije zahtijeva se maksimizacija funkcije F_7.

Time je vrednovanje kriterijskih funkcija upotpunjeno. Konkretno, neka je

$$F = \begin{bmatrix} 212.12 & 223.05 & 250.05 & 229.88 \\ 4 & 4 & 5 & 5 \\ 8.27 & 7.90 & 8.16 & 7.66 \\ 106 & 107 & 106 & 103 \\ 20.20 & 19.60 & 19.80 & 23.60 \\ 0.53 & 0.73 & 0.74 & 0.92 \\ 410 & 400 & 460 & 320 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{7,4}(\mathbf{R}),$$

pri čemu je $f_{ij} := F_i(a_j)$, za $i = 1, 2, \ldots, 7$ i $j = 1, 2, 3, 4$[82].

Sada se određuju težine svakoga pojedinoga kriterija. U tu se svrhu opisuje jedan poseban način njihova određivanja, i to – radi jednostavnosti – na primjeru s ukupno 4 kriterijske funkcije[83].

Korak 1. Sve kriterije najprije treba poredati prema značaju. Npr. neka je taj poredak

$$f_1 \; f_2 \; f_3 \; f_4$$

Korak 2. Najznačajnijem kriteriju – to je f_1 – pridruži se procijenjena vrijednost težine $p_1 = 1$, a ostalim kriterijima pridružuju se težine procijenjene s obzirom na značaj u odnosu na najznačajniji kriterij. To znači da vrijednost p_i pridružena kriteriju f_i, $i = 2, 3, 4$, označava da je taj kriterij za $[100 \cdot (1 - p_i)]$ % manje značajan od najznačajnijega. Neka je

$$p_2 = 0.9, \, p_3 = 0.4, \, p_4 = 0.3.$$

Pritom $p_4 = 0.3$ znači da je kriterij f_4 za 70% manje značajan od kriterija f_1, itd.

Korak 3. Određuje se je li važnije zadovoljiti prvorangirani kriterij od svih ostalih kriterija zajedno, tj. uspoređuju se kriteriji f_1 i $f_2 \cap f_3 \cap f_4$. Ukoliko je odgovor negativan, treba promijeniti procijenjenu težinu p_1 tako da vrijedi nejednakost

$$p_1 < p_2 + p_3 + p_4,$$

a ukoliko je odgovor pozitivan, onda p_1 treba promijeniti tako da vrijedi nejednakost

$$p_1 > p_2 + p_3 + p_4.$$

[82] Radi tehničke jednostavnosti, vrijednosti kriterijskih funkcija f_i, $i = 1, 2, \ldots, 27$, nisu navedene.
[83] Težine u razmatranom primjeru sa 7 kriterijskih funkcija određuju se potpuno analogno, ali uz znatno dulji opis postupka određivanja.

Radi ilustracije, neka je odgovor potvrdan. Stoga treba odabrati vrijednost p_1 tako da vrijedi

$$p_1 > 0.9 + 0.4 + 0.3$$

Može se uzeti $p_1 = 1.7$. Sve ostale procijenjene težine se ne mijenjaju:

$$p_2 = 0.9,\ p_3 = 0.4,\ p_4 = 0.3.$$

Korak 4. U ovom se koraku utvrđuje je li drugorangirani kriterij značajniji od svih ostalih niželrangiranih kriterija zajedno. Nakon toga se njegova težina mijenja potpuno analogno kao i težina prvorangiranoga kriterija u Koraku 3. Ovoga puta neka je odgovor negativan. Kako je

$$p_2 = 0.9 > 0.7 = 0.4 + 0.3 = p_3 + p_4,$$

slijedi da treba promijeniti p_2 tako da vrijedi:

$$p_2 < 0.7.$$

Stoga se može uzeti $p_2 = 0.6$. Sve ostale procijenjene težine ostaju nepromijenjene:

$$p_1 = 1.7,\ p_3 = 0.4,\ p_4 = 0.3$$

Korak 5. Korak 4. provodi se za trećerangirani kriterij (f_3). Nižerangirani od njega je jedino kriterij f_4. Budući da je f_3 značajniji od f_4, vrijedi:

$$p_3 > p_4,$$

pa nije potrebno mijenjati težinu p_3. Konačne vrijednosti procijenjenih težina su:

$$p_1 = 1.7,\ \ p_2 = 0.6,\ \ p_3 = 0.4,\ \ p_4 = 0.3.$$

Korak 6. "Stvarne" težine w_i dobivaju se normiranjem procijenjenih težina prema formuli (5.13). U ovome su slučaju njihove vrijednosti jednake:

$$w_1 = \frac{1.7}{1.7 + 0.6 + 0.4 + 0.3} = \frac{17}{30}, \qquad w_2 = \frac{1}{5}, \qquad w_3 = \frac{2}{15}, \qquad w_4 = \frac{1}{10}.$$

U razmatranomu modelu izbora trase željezničke pruge rang-lista kriterija glasi:

$$f_1\ f_5\ f_4\ f_2\ f_3\ f_7\ f_6$$

pa je odgovarajućim procjenama težina dobivena matrica:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$$

(Težina na mjestu $(i,1)$ odgovara kriteriju f_i). Rangiranjem pomoću metode VIKOR dobiva se:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.121 & 0 & 0.713 & 1 \end{bmatrix}$$

pa je poredak alternativa

$$a_2 \;\; a_1 \;\; a_3 \;\; a_4.$$

Analiza stabilnosti preferencijske strukture[84] daje sljedeće intervale stabilnosti dobivenog rješenja:

$$0 \le w_1 \le 0.344$$
$$0 \le w_3 \le 0.534$$
$$0 \le w_6 \le 0.486$$
$$0 \le w_7 \le 0.278$$
$$0 \le w_i \le 1, \text{ za } i = 2,4,5.$$

Prednost alternative a_2 nad alternativom a_1 iznosi približno 12%, pa uvjet (U1)[85] nije zadovoljen. Zbog toga ne postoji jedinstveno kompromisno rješenje pa se kao rješenje predlaže skup $\{a_2, a_1\}$. To praktično znači da su za određivanje najpovoljnijega rješenja potrebni dodatni podaci na temelju kojih će se u daljnjim fazama procesa odlučivanja između navedenih dviju alternativa odrediti najpovoljnije rješenje.

[84] Analiza je provedena poslovnom verzijom programskoga paketa VIKOR. O tome detaljnije cf. infra 7.3. Programski paket VIKOR, te Opricović: op.cit.

[85] Cf. supra podtočku 5.2.1.8. Određivanje kompromisnoga rješenja.

§7. PROGRAMSKA PODRŠKA ZA RJEŠAVANJE PROBLEMA VIŠEKRITERIJSKOGA ODLUČIVANJA

U ovome se poglavlju daje kratak pregled nekih od najznačajnijih računalnih programa za rješavanje problema višekriterijskoga odlučivanja, a detaljno se opisuje programski paket VIKOR razvijen kao računalna implementacija istoimene metode[86].

Zajedničko obilježje svih programa jest da pripadaju tzv. *modelirajućim programskim paketima* (engl. *modelling software*), a ne "klasičnim" ("običnim") programskim paketima. Prigodom implementiranja matematičkih modela i metoda na suvremena računala u pravilu se javljaju sljedeći problemi[87]:

1.) Sistematizirati (unaprijed prikupljene i provjerene) ulazne podatke (INPUT) u obliku koji je prikladan raspoloživom (komercijalnom) računalnom programu namijenjenom rješavanju matematičkoga modela. U tu je svrhu vrlo često nužno pisati potrebne programe, pri čemu se javlja dodatni problem provjere točnosti dobivenih podataka.

2.) Rješenje dobiveno komercijalnim računalnim programom zapisati u obliku pogodnomu za daljnju analizu, ali i u obliku u kojemu će ga donositelj odluke relativno jednostavno razumjeti.

Također, mnogi konkretni problemi (poglavito iz područja prometa i transporta) imaju niz posebnosti iskazanih kroz kriterijsku funkciju i/ili uvjete, te se ne mogu opisati općim matematičkim modelom. Stoga je za rješavanje takvih problema nužno rabiti (ili čak programirati) odgovarajući računalni program. U slučajevima u kojima se problemi svode npr. na cjelobrojno ili nelinearno programiranje, to nije nimalo jednostavno.

Ne treba zanemariti ni edukativnu stranu primjene računalnoga programa. On ne služi samo za rješavanje nekoga problema, nego i za bolje upoznavanje samoga realnoga sustava. Korisnici računalnoga programa (analitičari, donositelji odluka itd.) žele što bolje spoznati strukturu realnoga sustava i njegovo ponašanje u određenim situacijama kako bi iskoristivost (odnosno, korisnost) takvoga sustava bila što veća. Praktično se to često odnosi i na simuliranje budućih situacija (npr. prometni tok na dionici autoceste koja se tek treba izgraditi) pa se u tim slučajevima računalni programi rabe u kombinaciji sa simulacijskim programima.

Danas je u uporabi veći broj različitih računalnih programa namijenjenih rješavanju barem jedne vrste matematičkih modela. Prvobitni računalni programi predstavljali su implementaciju točno jedne metode i služili su za rješavanje točno jedne klase problema. Razvoj moderne informatičke tehnologije omogućio je stvaranje programskih paketa koji su obuhvatili više metoda ili klasa modela odjednom. Tu svakako treba spomenuti programski paket GAMS (skraćenica naziva: **G***eneral* **A***lgebraic* **M***odelling* **S***ystem*) razvijen u SAD-u 90-ih godina prošloga stoljeća koji ne samo da sadrži programski jezik visoke razine namijenjen implementaciji složenih modela, nego i omogućuje rješavanje čak 6 vrsta optimizacijskih matematičkih modela, te statističke analize. Njime se jednako uspješno mogu

---

[86] Cf. supra točku 5.2. Metoda VIKOR.

[87] Cf. Nikolić et.al.: op.cit., Čupić et.al.: [6].

rješavati linearni i nelinearni matematički modeli na različitim vrstama računala bez ikakvih programskih promjena. Značajan je i programski paket MICROMANAGER SOFTWARE kojega su 1986. g. razvili Sang H. Lee (University of Nebraska) i Jung P. Shim (Mississipi State University), a koji, među ostalima, sadrži i programe namijenjene rješavanju transportnih problema, problema višeciljnoga linearnoga programiranja, problema donošenja odluke uz visok čimbenik neizvjesnosti itd. Već spomenute metode ELECTRE I-IV u istoimene su računalne programe implementirali Roy i Skalka još 1984.g. , a tih je godina nastao i čitav niz različitih programa namijenjenih višekriterijskomu odlučivanju (PREFCALC, NEGO, STRANGE, PRIAM, GPSTEM, TRIMAP itd.).

7.1. BRANSOV PAKET METODA PROMETHEE I i II

Ovaj su programski paket 1986. g. razvili J. P. Brans i njegovi suradnici s Univerziteta u Bruxellesu[88]. Sastoji se od skupa programa (ukupnoga kapaciteta 360 KB) pod zajedničkim nazivom PROMCALC, a poziva se (iz DOS-a) izvršavanjem naredbe autoexec.

Osnovni izbornik nudi mogućnosti pokazivanja ilustrativnoga primjera (s 6 kriterija i 6 alternativa), definiranja problema (moguće je unijeti najviše 30 kriterija i 60 alternativa, pri čemu unošenje može biti "ručno" ili učitavanjem iz unaprijed kreirane datoteke ulaznih podataka), ispravka postojećih podataka u modelu (dodavanjem ili promjenom kriterija, njegove težine ili neke alternative, te privremenoga isključivanja postojećega skupa alternativa iz daljnje analize), uporabe proširenoga radnoga lista (prikladno za probleme s većim brojem kriterija ili alternativa), rješavanje tekućega problema na zaslonu (pri čemu je moguće dobiti korelacijsku analizu kriterija, rangiranje alternativa prema metodama PROMETHEE I i PROMETHEE II iz prikaz intervala stabilnosti težina kriterija, te proračun parametara preferencijske strukture), pohrane tekućega problema u (korisnički unaprijed definiranu) datoteku ili na direktorij i prikazivanja osnovnih podataka promatranoga problema (s nazivima kriterija i alternativa, te vrijednostima težina kriterija) u svrhu otklanjanja mogućih grešaka ili ispravaka postojećih podataka za potrebe daljnje analize. Moguć je i ispis svih ulaznih podataka i dobivenoga rješenja na pisač. Pri izlasku iz programa pojavljuje se upozorenje da će svi podaci koji nisu zapisani u datoteku ili na direktorij biti nepovratno izgubljeni (zapravo, izbrisani), pa korisnik treba pohraniti sve dobivene podatke, a tek potom napustiti program (izlaskom u DOS).

Ovim programskim paketom vrlo uspješno mogu rješavati svi loše strukturirani problemi koji se i inače rješavaju metodama PROMETHEE I i II. PROMCALC upozorava korisnika na činjenicu da se metodom PROMETHEE I dobiva necjelovit poredak alternativa (izostavljaju se dominirane alternative, ali se njihov popis navodi neposredno ispod prikaza rangiranih nedominiranih alternativa), a metodom PROMETHEE II potpun poredak svih alternativa (pri čemu se dominirane alternative navode istim redoslijedom kojim su zadavane u modelu). Treba istaknuti i da program vrlo zorno predočava obilježja metode PROMETHEE i naglašava interakciju s korisnikom.

[88] Cf. Brans et.al: op.cit.

7.2. EXPERT CHOICE

Programski paket *Expert Choice* (EC) predstavlja računalnu implementaciju metode analitičkih hijerarhijskih procesa (AHP)[89], a zaštićeni je znak tvrtke *The Decision Support Software Company* iz Pittsburgha (SAD). Prve verzije toga programskoga paketa dale su značajan poticaj razvoju i primjeni sustava za podršku odlučivanju i ekspertnih sustava za rješavanje loše strukturiranih problema zbog mogućnosti da se tijekom analize i pripreme za donošenje odluke modelira hijerarhijska struktura samoga problema. To je bilo osobito značajno za probleme s velikim brojem kriterija, tzv. "*što–ako*"–analizu (engl. *what-if-analysis*), probleme grupnoga odlučivanja itd.

Prigodom stvaranja modela (u prvoj fazi rješavanja problema) oblikuje se tzv. EC – stablo kojemu je čvor koji predstavlja cilj čvor-roditelj, a svi ostali čvorovi (kriteriji (atributi) i alternative) listovi. Na taj se način ujedno oblikuje dvorazinska hijerarhijska struktura: na prvoj su razini kriteriji, a na drugoj alternative. Nakon toga se kriteriji međusobno uspoređuju prema važnosti, pri čemu se stupnjevanje sastoji od 5 modaliteteta (jednako važni, umjereno važniji, jako važniji, vrlo jako važniji te ekstremno važniji). U istom se postupku proračunava i stupanj nesuglasnosti (engl. *inconsistency ratio*) procjene vrijednosti kriterija koji služi kao svojevrstan kontrolor valjanosti unijetih podataka i obavljenih procjena. Ukoliko je stupanj nesuglasnosti strogo veći od 0.1, model se proglašava nekonzistentnim. Analogni postupak se provodi i prigodom vrednovanja alternativa.

Nakon završetka postupaka određivanja rješenja korisniku se omogućuje "što-ako" analiza. Njezina osnovna namjena je ispitivanje utjecaja promjena u procjenama kriterija ili alternativa na dobiveno rješenje. To se može učiniti grafički ili numerički. Ipak, jedna od najznačajnijih osobina programskoga paketa EC je omogućavanje analize osjetljivosti kojom se proračunava i prikazuje ovisnost prioriteta alternativa (odnosno, njihovih promjena) o važnostima kriterija. Time donositelj odluke može vrlo jednostavno ispitivati različite skupove alternativnih rješenja jer, nakon odabira kriterija čija se važnost želi promijeniti i promjene odgovarajuće vrijednosti, program automatski izračunava nove vrijednosti prioriteta ostalih kriterija i alternativa. To je praktički vrlo značajno jer se može utvrditi koje svojstvo (atribut) treba poboljšati i koliko da bi neka alternativa postala najbolja. Takvu analizu obavljaju samo iskusni stručnjaci iz područja kojemu pripada to svojstvo jer se inače može dogoditi da se zahtijeva posve nemoguća (tehnički neizvodiva) promjena, a nerijetko se može dogoditi i da tehnički izvodiva promjena nema ekonomsko opravdanje.

Programskim paketom EC[90] mogu se modelirati, a potom i riješiti sljedeći problemi:

1.) problemi rangiranja alternativa s obzirom na kriterije;
2.) problemi rangiranja alternativa s obzirom na kriterije i podkriterije (u slučajevima kada se sami kriteriji mogu podijeliti na više podkriterija);
3.) problemi s velikim brojem alternativa;
4.) problemi grupnoga (kolektivnoga) odlučivanja.

Problemi pod 3.) rješavaju se uporabom potprograma *Ratings* čije je osnovno obilježje definiranje rangova ili intenziteta na razini alternativa na temelju kojega se potom izvodi

[89] Cf. supra točku 4.3.4. Metoda AHP.
[90] Detaljnije o tome cf. priručnik *Manual*: *Expert Choice* koji je sastavni dio programskoga paketa EC.

rangiranje samih alternativa. Međutim, za probleme prometa i transporta zanimljivija je posljednja mogućnost, tj. rješavanje problema grupnoga odlučivanja. U tu se svrhu program može koristiti na nekoliko načina, ovisno o sastavu grupe i vrsti odluke koju treba donijeti. Jedan od najčešćih načina je sljedeći:

Članove grupe "postavi" se na najvišu razinu EC-stabla. Svaki član grupe iznosi svoje procjene iz područja za koje je mjerodavan, pa se potom obavlja sinteza tih procjena. Ukoliko svi članovi grupe nisu ravnopravni, moguće je dodijeliti odgovarajuću težinu svakom od njih, a potom provesti sintezu procjena. Ukoliko se želi povećati razina kvalitete grupnoga odlučivanja, moguće je iznad razine na kojoj su članovi grupe definirati dodatnu razinu kojom se obuhvaćaju čimbenici poput znanja, iskustva itd. U praktičnim primjenama rabi se kombinacija ovih postupaka kako bi vjerojatnost donošenja najbolje odluke bila što veća.

Uz programski paket EC moguće je nabaviti dopunski program *ECLINK* koji omogućuje automatsku sintezu većega broja odvojenih EC-modela. Rezultati takve sinteze zapisuju se u posebnu datoteku pa se mogu dodatno analizirati ili uporabiti tijekom primjene nekoga od ostalih softvera.

7.3. PROGRAMSKI PAKET VIKOR

Programski paket VIKOR nastao je krajem osamdesetih godina prošloga stoljeća, a prvi je put predstavljen 1990. g. na tadašnjem Jugoslavenskom simpoziju za operacijska istraživanja SYM-OP-IS održanom u Kuparima. Pisan je u programskom jeziku FORTRAN, a tvore ga glavni program i potprogram EKST. U svojemu radu koristi dvije sekvencijalne datoteke ULDAT i STAMPA čije stvarne nazive interaktivno zadaje korisnik prokrama. Najveći mogući broj alternativa koje se mogu rangirati je 50, dok je najveći mogući broj kriterija jednak 30. Nazivi alternativa, odnosno kriterija ne mogu imati više od 50 znakova (uključujući "praznine"), a nazivi datoteka s ulaznim, odnosno izlaznim podacima ne mogu imati više od 12 znakova (uključujući točku i ekstenziju). Kako je riječ o datotekama tipa *.DAT, ime datoteke ne može sadržavati više od 8 znakova, što odgovara pravilima operacijskoga sustava DOS (verzija barem 5.0) pod kojime se izvodi glavni program.

Budući da programski paket VIKOR pripada u skupinu interaktivnih programa, ulazne je podatke moguće zadati na 2 načina:

1.) interaktivno putem zaslona
2.) pomoću datoteke s ulaznim podacima čiji je sekvencijalni naziv ULDAT, a stvarni naziv korisnički određen.

Putem zaslona interaktivno se zadaju:

1.) naziv datoteke (oblika *.DAT) u kojoj su zapisani ulazni podaci;
2.) naziv datoteke u kojoj će biti zapisani izlazni podaci;
3.) težine kriterija (zapisane s oznakom $w(i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$).

Svi navedeni podaci označeni su zajedničkim nazivom ULEK. U datoteku sekvencijalnoga naziva ULDAT unose se sljedeći podaci:

1.) identifikacijski naslov;
2.) ukupan broj svih alternativa (u programu označen slovom J);
3.) ukupan broj svih kriterija (u programu označen slovom n);
4.) popis svih alternativa (navode se samo nazivi alternativa);
5.) popis svih kriterija (navode se samo nazivi kriterija);
6.) pokazatelji ekstremizacije (u programu označeni s $EK(i)$) kojih ima točno n, a definirani su formulom:

$$EK(i) = \begin{cases} 1, \text{ ako se traži maksimum funkcije } f_i; \\ 0, \text{ ako se traži minimum funkcije } f_i. \end{cases} \tag{7.1}$$

7.) vrijednosti kriterijskih funkcija f_{ij}, za svaki $i \in [n]$ i svaki $j \in [J]$, pri čemu se za svaku alternativu moraju zadati točno sve vrijednosti kriterijskih funkcija prema načelu: jedan red (u datoteci) – jedna alternativa;

8.) Ukoliko korisnik ne želi, neće ili ne može zadati vrijednost f_i^* i f_i^- za svaku kriterijsku funkciju, treba upisati – 1. Moguće je i da korisnik želi zadati te vrijednosti za određen broj kriterija (ne nužno za sve kriterije). Tada se treba navesti za koliko se točno kriterija želi zadati vrijednosti f_i^* i f_i^- (taj je podatak u programu označen sa m), koji su to točno kriteriji (dovoljno je navesti samo njihov redni broj), te željene vrijednosti f_i^* i f_i^- za svaki takav kriterij. Program zahtijeva da redni broj kriterija i odgovarajuće željene vrijednosti f_i^* i f_i^- budu zapisani u istomu retku datoteke ULDAT. Pritom nije moguće zadati samo jednu vrijednost (f_i^* ili f_i^-), već se moraju zadati obje.

Sve brojčane vrijednosti koje se unose u datoteku ULDAT mogu se zadati u proizvoljnom brojevnom obliku (formatu).

Svi izlazni podaci ispisuju se u korisnički zadanoj datoteci (npr. REZULTAT .DAT), a dijele se na ulazne podatke i na rezultate VIKOR-a. Datoteka REZULTAT.DAT (sekvencijalnoga naziva STAMPA) sadrži redom :

1.) ukupan broj alternativa;
2.) ukupan broj kriterija;
3.) popis alternativa;
4.) popis kriterija;
5.) pokazatelje ekstremizacije;
6.) sve vrijednosti kriterijskih funkcija;
7.) vrijednosti f_i^* i f_i^-;
8.) rezultate rangiranja alternativa prema svakomu kriteriju (navodi se rang svake alternative na svakoj od tako dobivenih rang-lista u svrhu boljeg sagledavanja kompromisnoga rješenja od strane donositelja odluke), pri čemu ti rezultati nemaju utjecaja na kompromisno rangiranje;
9.) težine svih kriterija;
10.) rang-liste QR, Q i QS;
11.) kompromisno rješenje koje se predlaže donositelju odluke;
12.) intervale stabilnosti kompromisnoga rješenja.

Ukoliko se žele izvršiti rangiranja s izmijenjenim vrijednostima težina kriterija, za svako sljedeće rangiranje alternativa ispisuju se samo vrijednosti težina kriterija, te rezultati VIKOR-a.

Kraj rada VIKOR-a određuje sam korisnik interaktivno utipkavajući nulu nakon završetka rangiranja i ispisivanja rezultata u odgovarajuću datoteku.

Radi ilustracije, programskim paketom VIKOR[91] rješava se Primjer 5.1.[92] Pretpostavlja se da se ulazni podaci zapisuju u datoteci ULAZ.DAT, a izlazni u datoteci REZULTAT.DAT.

U datoteku ULAZ.DAT zapisuje se redom[93]:

1	ILUSTRATIVNI PRIMJER	{identifikacijski naziv problema}
2	4 3	{ukupan broj alternativa i ukupan broj kriterija}
3	POMOĆNA VARIJANTA	{naziv alternative a_1}
4	SREDNJA VARIJANTA	{naziv alternative a_2}
5	MAKSIMALNA VARIJANTA	{naziv alternative a_3}
6	MINIMALNA VARIJANTA	{naziv alternative a_4}
7	EFIKASNOST	{naziv kriterijske funkcije f_1}
8	UKUPNI TROŠKOVI	{naziv kriterijske funkcije f_2}
9	KVALITETA RADA	{naziv kriterijske funkcije f_3}
10	1 0 1	{pokazatelji ekstremizacije: traži se maksimum prve i treće, te minimum druge kriterijske funkcije}
11	70 80 80	{vrijednosti f_i (a_1), $i = 1, 2, 3$}
12	50 30 50	{vrijednosti f_i (a_2), $i = 1, 2, 3$}
13	100 100 100	{vrijednosti f_i (a_3), $i = 1, 2, 3$}
14	0 0 10	{vrijednosti f_i (a_4), $i = 1, 2 ,3$}
15	-1	{ne želi se definirati f_i^* i f_i^-, $i=1,2,3$}

Nakon pohrane podataka u datoteku i pokretanja programa VIKOR[94], treba upisati podcrtani tekst:

UNESITE NAZIV DATOTEKE S ULAZNIM PODACIMA:
<u>ULAZ. DAT</u>

UNESITE NAZIV DATOTEKE S IZLAZNIM PODACIMA:
<u>REZULTAT. DAT</u>

[91] Primjer se rješava pomoću studentske verzije programskoga paketa VIKOR.
[92] Cf. supra točku 5.3. Ilustrativni primjeri.
[93] Brojevi linija i komentari navedeni između vitičastih zagrada služe isključivo lakšemu snalaženju u datoteci i ne moraju se unositi prigodom unošenja podataka u nekom od tekst-procesora. Svi korisnički uneseni brojevi moraju biti zapisani u decimalnom obliku.
[94] Pritom ulazna i izlazna datoteka <u>moraju</u> biti pohranjene u istom direktoriju u kojemu se nalazi i program VIKOR.

UNESITE *n* VRIJEDNOSTI ZA TEŽINE KRITERIJA[95] (w):
0.333 0.333 0.333

Ovime su uneseni svi potrebni ulazni podaci.

Rezultati rangiranja ispisuju se u datoteku REZULTAT.DAT. Na zaslonu se pojavljuje tekst:

UTIPKAJTE O (NULU) ZA KRAJ RADA VIKOR-a ILI
1 ZA RANGIRANJE S NOVIM TEŽINAMA KRITERIJA:
0

Ukoliko se želi provesti rangiranje s novim težinama kriterija, treba utipkati 1 nakon čega se (ponovno) pojavljuje tekst:

UNESITE *n* VRIJEDNOSTI ZA TEŽINE KRITERIJA (w):

pa se unose nove težine kriterija.

U razmatranom ilustrativnom primjeru izlazna datoteka REZULTAT. DAT izgleda ovako[96]:

```
ILUSTRATIVNI  PRIMJER

VIŠEKRITERIJSKO KOMPROMISNO RANGIRANJE
4 ALTERNATIVA NA OSNOVI 3 KRITERIJA

POPIS ALTERNATIVA
A1. POMOĆNA VARIJANTA
A2. SREDNJA VARIJANTA
A3. MAKSIMALNA VARIJANTA
A4. MINIMALNA VARIJANTA

POPIS KRITERIJA
f1. EFIKASNOST
f2.UKUPNI TROŠKOVI
f3. KVALITETA RADA

POKAZATELJI EKSTREMIZACIJE
1.   0.   1.

VRIJEDNOSTI KRITERIJSKIH FUNKCIJA
A1.  70.000    80.000    80. 000
A2.  50.000    30.000    50. 000
A3.  100.000  100. 000  100. 000
A4.  0.000       0. 000     10. 000
```

[95] Korisnički zadane vrijednosti težina kriterija općenito ne moraju biti normirane jer program VIKOR sadrži potprogram s postupkom normiranja težina.
[96] Cf. infra sliku 4. Rezultati VIKOR-a za Primjer 5.1.

24 {vrijednosti f_i^* i f_i^- nisu posebno definirane pa se ne ispisuju}

25 R. B. AL. /MJESTA NA JEDNOKRITERIJSKIM RANG-LISTAMA

26 A1. 2 3 2

27 A2. 3 2 3

28 A3. 1 4 1

29 A4. 4 1 4

30 {gore ispisane tri rang-liste su one namijenjene donositelju odluke za bolje sagledavanje kompromisnoga rješenja}

31 VRIJEDNOSTI TEŽINA KRITERIJA W(I)

32 0.333 0. 333 0. 333

33 {ispisani su svi predviđeni podaci iz datoteke ULAZ .DAT}

34 REZULTATI VIKOR-a

35

36 RANG-LISTE PREMA VELIČINAMA *QR*, *Q* I *QS*

37 *QR* – MINIMAKS STRATEGIJA

38 *Q* – KOMPROMISNA LISTA

39 *QS* – STRATEGIJA VEĆINE KRITERIJA

40 {u linijama 38-40 navedeni su nazivi postupaka dobivanja lista *QR, Q i QS* koji su sastavni dijelovi algoritma metode VIKOR pa se nisu posebno razmatrali}

41 R. L. QR R. L. Q i Q(J) R. L. QS

42 {naziv R. L je skraćenica od RANG-LISTA, a elementi matrice *Q* se ispisuju kako bi korisnik – donositelj odluke dobio na uvid prednost svake alternative (osim posljednje rangirane) nad alternativom rangiranom neposredno ispod nje}

43	A2	0.000	A2	0.178	A3	0.000
44	A1	0.538	A1	0.430	A1	0.322
45	A3	0.978	A3	0.489	A2	0.356
46	A4	1.000	A4	1.000	A4	1.000

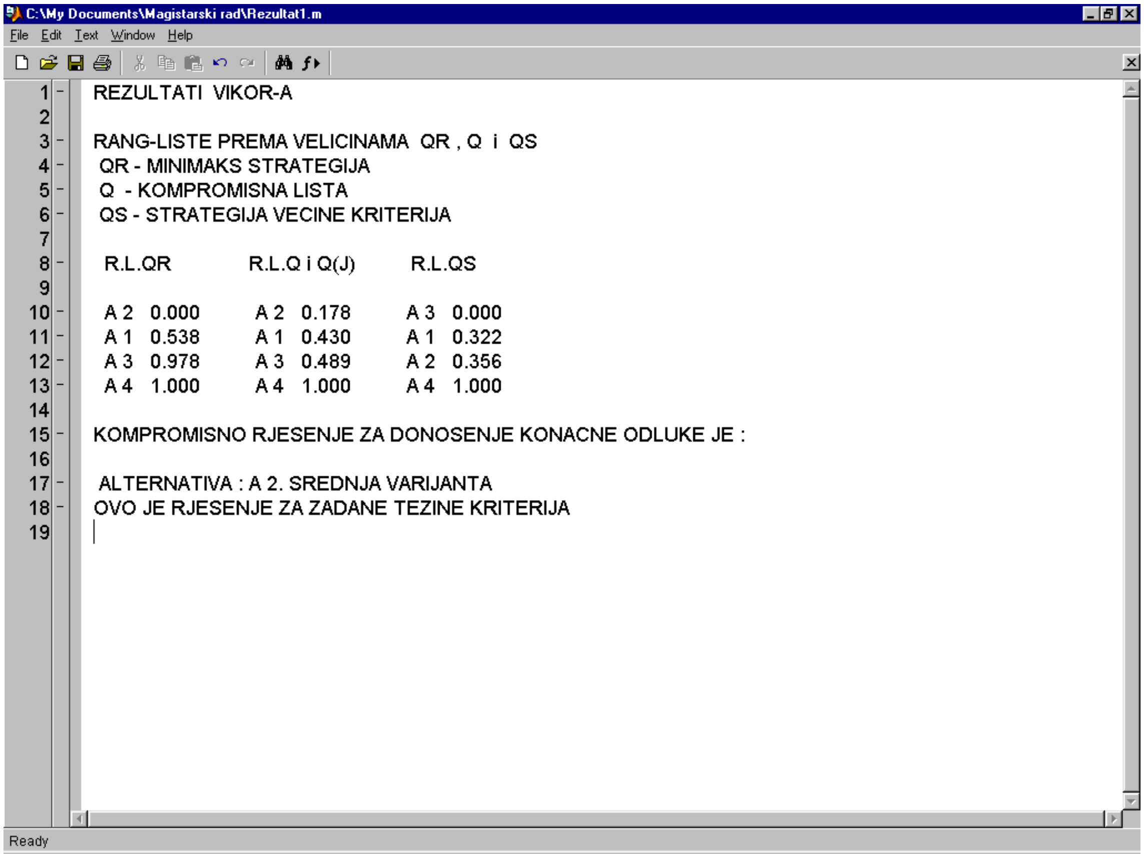
47 {prve dvije decimalne znamenke brojeva Q_j su pouzdane, a treća je dobivena zaokruživanjem zbog čega se javlja greška reda 10^{-3}}

48 KOMPROMISNO RJEŠENJE ZA DONOŠENJE KONAČNE ODLUKE JE:

49

50 ALTERNATIVA: A2. SREDNJA VARIJANTA

51 OVO JE RJEŠENJE ZA ZADANE TEŽINE KRITERIJA



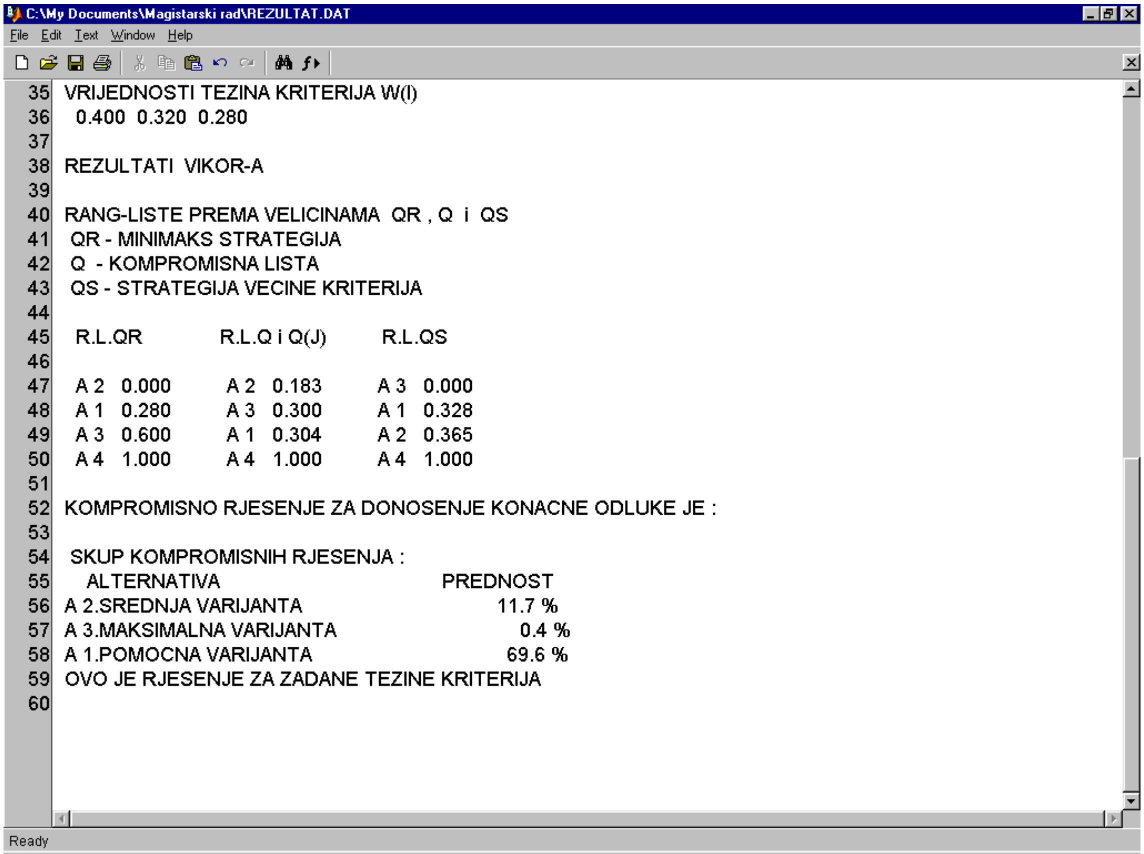
Slika 4. Rezultati VIKOR-a za Primjer 5.1.

Uporabom poslovne verzije programskoga paketa VIKOR kao rezultat se dobiva i analiza stabilnosti preferencijske strukture. Kao primjer, iznosi se analiza vezana za težinu w_1[97].

Alternativa a_2 je jedino rješenje ako težina w_1 pripada intervalu [0, 0.333]. Ako je w_1 izvan toga intervala, onda a_2 ili nije jedino rješenje (pripada skupu kompromisnih rješenja) ili uopće nije rješenje.

Alternativa a_2 prva je na rang-listi i za $w_1 \in [0,\ 0.417]$, ali za $w_1 \in [0.333, 0.417]$ nema dovoljnu prednost nad drugorangiranom alternativom, pa se za $w_1 \in [0.333, 0.417]$ dobiva skup kompromisnih rješenja[98] .

[97] Cf. Opricović: op.cit.
[98] Cf. infra sliku 5. Rezultati VIKOR-a za $w_1 = 0.4$, $w_2 = 0.32$ i $w_3 = 0.28$.



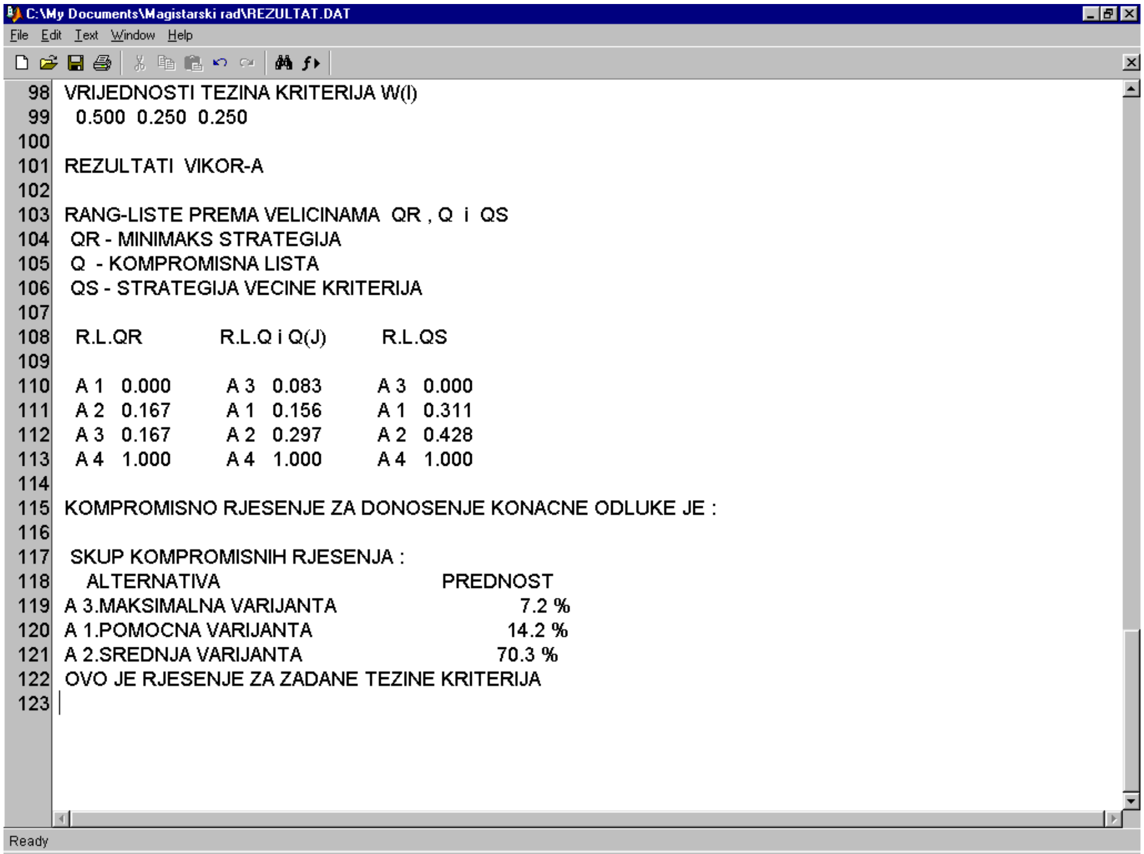
```
C:\My Documents\Magistarski rad\REZULTAT.DAT
File Edit Text Window Help

VRIJEDNOSTI TEZINA KRITERIJA W(I)
 0.400  0.320  0.280

REZULTATI  VIKOR-A

RANG-LISTE PREMA VELICINAMA  QR , Q  i  QS
 QR - MINIMAKS STRATEGIJA
 Q  - KOMPROMISNA LISTA
 QS - STRATEGIJA VECINE KRITERIJA

 R.L.QR          R.L.Q i Q(J)       R.L.QS

 A 2   0.000       A 2   0.183       A 3   0.000
 A 1   0.280       A 3   0.300       A 1   0.328
 A 3   0.600       A 1   0.304       A 2   0.365
 A 4   1.000       A 4   1.000       A 4   1.000

KOMPROMISNO RJESENJE ZA DONOSENJE KONACNE ODLUKE JE :

 SKUP KOMPROMISNIH RJESENJA :
   ALTERNATIVA                          PREDNOST
A 2.SREDNJA VARIJANTA                        11.7 %
A 3.MAKSIMALNA VARIJANTA                      0.4 %
A 1.POMOCNA VARIJANTA                        69.6 %
OVO JE RJESENJE ZA ZADANE TEZINE KRITERIJA

Ready
```

Slika 5. Rezultati VIKOR-a za $w_1 = 0.4$, $w_2 = 0.32$ i $w_3 = 0.28$

Faktor relativnoga smanjenja težine w_1 jednak je 0, što znači da smanjenje navedene težine ne utječe na rang alternative a_2. Faktor relativnoga povećanja težine w_1 jednak je 1.4, što znači da se rang alternative a_2 mijenja ukoliko se zadana vrijednost težine w_1 (0.333) poveća barem 1.4 puta, tj. za $w_1 \in [0.466, 1]$[99]. U tome je slucaju alternativa a_2 ili jedan od elemenata skupa kompromisnih rješenja ili uopće nije rješenje.

Analogne analize provode se i za ostale težine[100].

[99] Cf. infra sliku 6. Rezultati VIKOR-a za $w_1 = 0.5$, $w_2 = w_3 = 0.25$.
[100] Detaljnije o analizi preferencijske strukture cf. Opricović: op.cit.



```
VRIJEDNOSTI TEZINA KRITERIJA W(I)
 0.500  0.250  0.250

REZULTATI  VIKOR-A

RANG-LISTE PREMA VELICINAMA  QR , Q  i  QS
 QR - MINIMAKS STRATEGIJA
 Q  - KOMPROMISNA LISTA
 QS - STRATEGIJA VECINE KRITERIJA

  R.L.QR           R.L.Q i Q(J)       R.L.QS

  A 1   0.000       A 3   0.083       A 3   0.000
  A 2   0.167       A 1   0.156       A 1   0.311
  A 3   0.167       A 2   0.297       A 2   0.428
  A 4   1.000       A 4   1.000       A 4   1.000

KOMPROMISNO RJESENJE ZA DONOSENJE KONACNE ODLUKE JE :

 SKUP KOMPROMISNIH RJESENJA :
   ALTERNATIVA                              PREDNOST
A 3.MAKSIMALNA VARIJANTA                          7.2 %
A 1.POMOCNA VARIJANTA                            14.2 %
A 2.SREDNJA VARIJANTA                            70.3 %
OVO JE RJESENJE ZA ZADANE TEZINE KRITERIJA
```

Slika 6. Rezultati VIKOR-a za $w_1 = 0.5$, $w_2 = w_3 = 0.25$

Rezultat analize preferencijske strukture jest da je alternativa a_2 jedinstveno kompromisno rješenje uz uvjete:

$$w_1 \in [0,0.333]$$
$$w_2 \in [0.333,0.543]$$
$$w_3 \in [0,0.333]$$

Alternativa a_2 je prva na rang-listi, ali nije jedinstveno kompromisno rješenje (nego element skupa kompromisnih rješenja) ako je

$$w_1 \in [0,0.417]$$
$$w_2 \in [0.276,0.616]$$
$$w_3 \in [0,0.399].$$

§8. ZAKLJUČAK

Višekriterijsko odlučivanje u praksi je iznimno složen proces s raznolikim primjenama u svim područjima ljudske djelatnosti. U izloženim razmatranjima nastojalo se što zornije predočiti njegove primjene u rješavanju prometnih problema, s naglaskom na rješavanje raznih vrsta višekriterijskih transportnih problema, te problema prometnoga planiranja. Budući da su prometni problemi uglavnom loše strukturirani (višeatributni), osobita se pozornost posvećuje preciznom i konzistentnom definiranju skupa svih alternativa, te definiranju i analiziranju odgovarajuće preferencijske strukture kako bi se što kvalitetnije i pouzdanije moglo iznaći željeno praktično najbolje rješenje. Primjenom kvalitetnih računalnih programa ono se može odrediti relativno brzo s visokim stupnjem pouzdanosti, ali je unatoč tome ipak nužno provesti njegovu detaljnu analizu kako bi se spoznao utjecaj svakoga od kriterija, odnosno uvjeta razmatranih pri njegovu donošenju. Zahtjevi europskih i svjetskih asocijacija nastali kao posljedica u svijetu prihvaćenih modernih načela prometnoga planiranja, te svekoliki razvoj prometnih sustava uzrokuju povećanje ukupnoga broja kriterija i uvjeta (poglavito onih ekološkoga podrijetla). Time analiza njihova utjecaja još više dobiva na težini, a višekriterijsko odlučivanje dodatni poticaj za još opsežnija teorijska razmatranja (stvaranje novih i poboljšanje već postojećih metoda) i još užu interakciju s računarstvom radi stvaranja što kvalitetnijih interaktivnih računalnih programa zasnovanih na tim metodama.

LITERATURA

1. Abramović, I.: "Teorija rizika i metode odlučivanja", Fakultet organizacije i informatike, Varaždin, 1980.

2. Brans, J.P._ "A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis", Operational Research '84, North Holland, 1984.

3. Čičak, M.:"Simulacije u prometu", autorizirana predavanja na poslijediplomskom studiju Tehnologija prometa i transport, Fakultet prometnih znanosti Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2001.

4. Čupić, M.: "Uvod u teoriju odlučivanja", Naučna knjiga, Beograd, 1987.

5. Čupić, M. i Suknović, M.:"Višekriterijumsko odlučivanje – metode i primeri", Univerzitet "Braća Karić", Beograd, 1995.

6. Čupić, M., Novaković, T. i Svilar, M.: "Generatori i aplikacije sistema za podršku odlučivanju", Naučna knjiga, Beograd, 1992.

7. Fishburn, P.C.: "*Utility Theory Predecision-Making*", Wiley, New York, 1970.

8. Grupa autora: "Višekriterijalno programiranje", redaktor: Lj. Martić, Informator, Zagreb, 1978.

9. Hwang, C.L. i Yoon, K.: "Multiple Attribute Decision Making – Methods and Applications", Lecture Notes in Economics and Matematical Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1979.

10. Hwang, C.L. i Yoon, K.:"Group Decision Making under Multiple Criteria", Springer-Verlag, Berlin, 1987.

11. Kurepa, S.: "Matematička analiza 1", Školska knjiga, Zagreb, 1997.

12. Neralić L.: "Uvod u matematičko programiranje 1", Element, Zagreb, 2003.

13. Nikolić, I., Borović, S.: "Višekriterijumska optimizacija – metode, primena u logistici, softver", Vojnoizdavački zavod, Beograd, 1996.

14. Opricović, S.: "Višekriterijumska optimizacija sistema u građevinarstvu", Građevinski fakutet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1998.

15 Pašagić, H.:"Simulacije u prometu", autorizirana predavanja na poslijediplomskom studiju Tehnologija prometa i transport, Fakultet prometnih znanosti, 2000.

16 Petrić, J.: "Operaciona istraživanja", Nauka, Beograd, 1996.

17. Strategija razvoja prometa u Republici Hrvatskoj, Institut prometa i veza, Zagreb, 2000.

18. Tabucanon, Mario T.: "Multiple Criteria Decision Making in Industry", Elsevier, Amsterdam, 1988.

19. Vincke, Ph.: "Multicriteria Decision-Aid", John Wiley & Sons, Chichester, 1992.

20. Zeleny, M.: "Multiple Criteria Decision Making", McGraw – Hill, New York, 1992.

POPIS TABLICA

POPIS SLIKA

POPIS MANJE POZNATIH OZNAKA

$[n]$ skup $\{1, 2, \ldots, n\}$
$:=$ oznaka za definiciju neke veličine