

 KATEDRA ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE <small>TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGABRIENSE</small>	Matematički alati u elektrotehnici	Vježba 5. Grafikoni i grafovi funkcija.
--	---	--

Potrebno predznanje:

- definicija i osnovna svojstva racionalnih funkcija;
- klasifikacija točaka prekida racionalne funkcije prema uklonjivosti prekida;
- osnovna svojstva grafa realne funkcije jedne realne varijable definirane na segmentu.

Zadatak 1.

Nacrtajte jednostavni linijski grafikon određen matricom $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Zadatak 2.

Nacrtajte jednostavne linijske grafikone određene matricom $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Zadatak 3.

Nacrtajte točkaste grafikone određene matricom $C = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & \ln 2 & \log 2 \\ \sqrt{2} & -\ln 3 & -\log 3 \\ -e & e^2 & e^3 \end{bmatrix}$.

Zadatak 4.

Na segmentu $[-4, 4]$ nacrtajte graf prave racionalne funkcije $f(x) = -\frac{x}{x^2 + 2}$.

Zadatak 5.

Na segmentu $[-2, 2]$ nacrtajte graf neprave racionalne funkcije $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x}$. Koristeći dobiveni graf odredite sve polove zadane funkcije.

Rješenje: Skup svih polova zadane funkcije je $S = \underline{\hspace{10cm}}$.

Zadatak 6.

Grafički odredite sve polove racionalne funkcije $f(x) = \frac{x^2 + 3}{2 \cdot x - x^2 - x^3}$ koji pripadaju segmentu $[-3, 3]$.

Rješenje: Traženi skup polova je $S = \underline{\hspace{10cm}}$.

Zadatak 7.

Na istoj slici nacrtajte grafove funkcija $f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = \ln(x + 1) + 1$ i $h(x) = e^{2-x}$ na segmentu $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$. U kojoj se točki sijeku dobivene krivulje?

Rješenje: Dobivene krivulje se sijeku u točki $S = \underline{\hspace{10cm}}$.

Zadatak 8.

Nacrtajte ravninsku krivulju (tzv. *Descartesov list*) implicitno definiranu jednadžbom $x^3 + y^3 - 3 \cdot x \cdot y = 0$.

Zadatak 9.

Nacrtajte ravninsku krivulju implicitno definiranu jednadžbom $16 \cdot x^2 + 9 \cdot y^2 = 144$. Iz dobivene slike odredite raspon vrijednosti varijable x , odnosno varijable y .

Rješenje: Raspon vrijednosti varijable x je _____. Raspon vrijednosti varijable y je _____.

Zadatak 10.

Na segmentu $[\pi, 3 \cdot \pi]$ nacrtajte krivulju (tzv. *cikloidu*) parametarski zadalu s $\begin{cases} y = 1 - \cos t, \\ x = t - \sin t \end{cases}$.

Zadatak 11.

Nacrtajte krivulju parametarski zadalu s $\begin{cases} x = 5 \cdot \sin(8 \cdot t) \cdot \cos t, \\ y = 5 \cdot \sin(8 \cdot t) \cdot \sin t. \end{cases}$ Iz slike odredite raspon vrijednosti varijable x , odnosno varijable y .

Rješenje: Raspon vrijednosti varijable x je _____. Raspon vrijednosti varijable y je _____.

Zadatak 12.

Nacrtajte krivulju (tzv. *kardioидu*) parametarski zadalu s $\begin{cases} x = (1 + \cos t) \cdot \cos t, \\ y = (1 + \cos t) \cdot \sin t. \end{cases}$ Iz slike približno odredite raspon vrijednosti varijable x , odnosno varijable y .

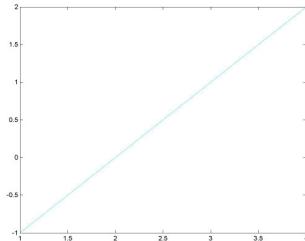
Rješenje: Približni raspon vrijednosti varijable x je _____. Približni raspon vrijednosti varijable y je _____.

POPIS KORIŠTENIH FUNKCIJA

Funkcija	Značenje	Funkcija	Značenje
COS	kosinus	LOG10	dekadski logaritam
EXP	funkcija e^x	PI	konstanta π
EZPLOT	crtanje grafa funkcije	PLOT	crtanje grafa funkcije
GRID ON	crtanje mreže	SIN	sinus
Linspace	generiranje aritmetičkoga niza	SQRT	drugi korijen
LOG	prirodni logaritam	TAN	tangens

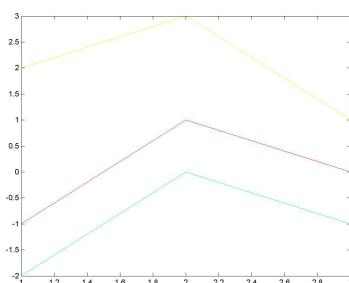
Rezultati zadataka

1. Vidjeti Sliku 1.



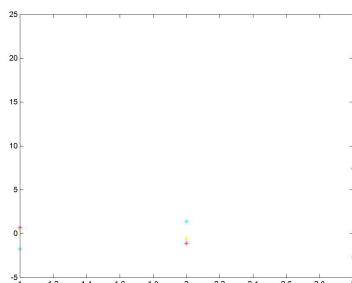
Slika 1.

2. Vidjeti Sliku 2.



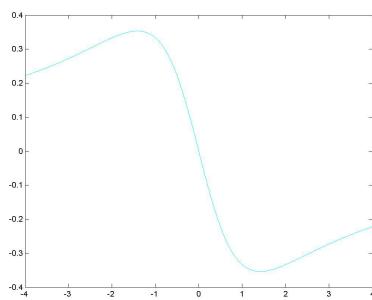
Slika 2.

3. Vidjeti Sliku 3.



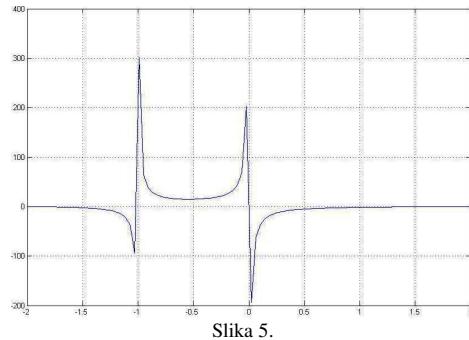
Slika 3.

4. Vidjeti Sliku 4.



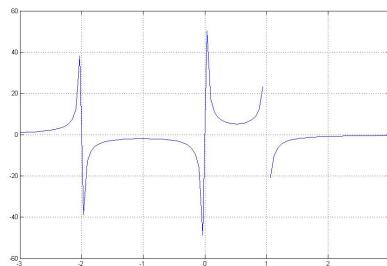
Slika 4.

5. Traženi je graf prikazan na Slici 5. Polovi su $x_1 = -1$ i $x_2 = 0$.



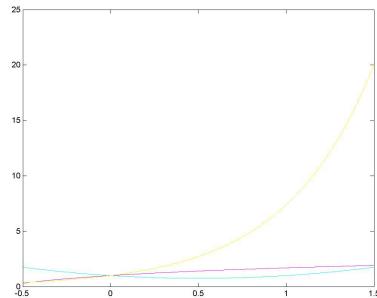
Slika 5.

6. Traženi je graf prikazan na Slici 6. Polovi su $x_1 = -2$, $x_2 = 0$ i $x_3 = 1$.



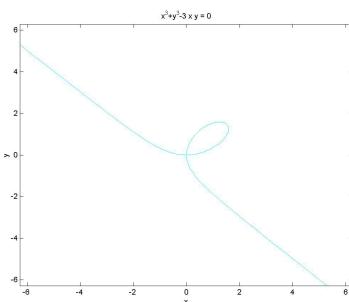
Slika 6.

7. Tražene krivulje su prikazane na Slici 7. One se sijeku u točki $S = (0, 1)$.



Slika 7.

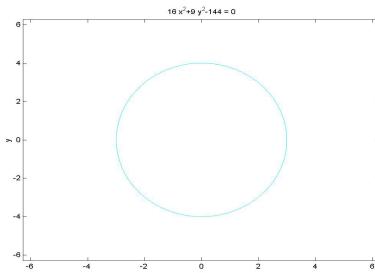
8. Vidjeti Sliku 8.



Slika 8.

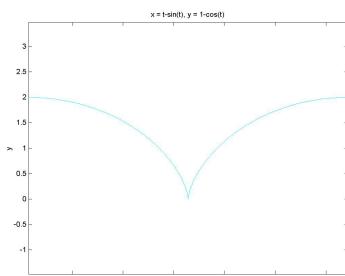
 KATEDRA ZA ZAJEDNIČKE PREDMETE TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE	Matematički alati u elektrotehnici	Vježba 5. <i>Grafikoni i grafovi funkcija.</i>
---	---	--

9. Vidjeti Sliku 9. $x \in [-3, 3]$, $y \in [-4, 4]$.



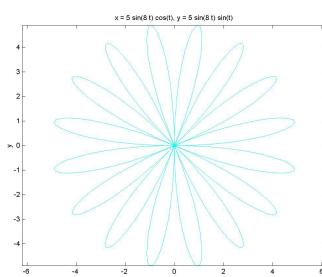
Slika 9.

10. Vidjeti Sliku 10.



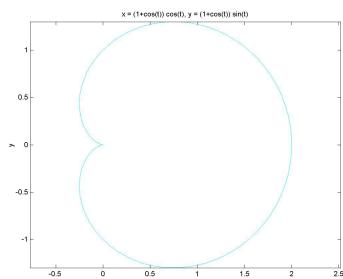
Slika 10.

11. Vidjeti Sliku 11. $x, y \in [-5, 5]$.



Slika 11.

12. Vidjeti Sliku 12. $x \in \left[-\frac{1}{4}, 2\right]$, $y \in \left[-\frac{3}{4} \cdot \sqrt{3}, \frac{3}{4} \cdot \sqrt{3}\right] \approx [-1.3, 1.3]$.



Slika 12.