	Matematika 1 (stručni prijediplomski studij elektrotehnike)	Zadaci za 4. grupne konzultacije nastavne grupe **A i B**
TVŽ TEHNIČKO VELEUČILIŠTE U ZAGREBU POLYTECHNICUM ZAGRABIENSE Elektrotehnički odjel		

1. Neka su $A=[0,1]$ i $B=\mathbb{Z}$. Za **svaki** od skupova $A\cap B$, $A\cup B$, $A\setminus B$ i $B\setminus A$ odredite je li konačan, prebrojiv ili neprebrojiv. Obrazložite svoje tvrdnje.

Rezultat: $A\cap B=\{0,1\}$ je konačan skup.

$A\cup B=\mathbb{Z}\cup[0,1]$ je neprebrojiv skup jer je svaki nadskup neprebrojivoga skupa uvijek neprebrojiv skup.

$A\setminus B=\langle 0,1\rangle$ je neprebrojiv skup jer je svaki otvoreni interval u $\mathbb{R}$ neprebrojiv skup.

$B\setminus A=\mathbb{Z}\setminus\{0,1\}$ je prebrojiv skup jer je svaki beskonačan podskup prebrojivoga skupa uvijek prebrojiv.

2. Neka je $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ proizvoljan, ali fiksiran.

a) Je li skup svih nultočaka funkcije $f(x)=\sin(a\cdot x)$ prebrojiv ili neprebrojiv? Obrazložite svoj odgovor navođenjem konkretne bijekcije.

b) Riješite a) podzadatak za funkciju $g(x)=\cos(a\cdot x)$.

Rezultat: a) $N(f)=\left\{k\cdot\frac{\pi}{a}:k\in\mathbb{Z}\right\}$ je prebrojiv jer je funkcija $f_1:\mathbb{Z}\to N(f)$ definirana pravilom

$$f_1(k)=\frac{\pi}{a}\cdot k$$

bijekcija s prebrojivoga skupa u $N(f)$.

b) $N(g)=\left\{(2\cdot k+1)\cdot\frac{\pi}{2\cdot a}:k\in\mathbb{Z}\right\}$ je prebrojiv jer je funkcija $g_1:\mathbb{Z}\to N(g)$ definirana pravilom

$$g_1(k)=\frac{\pi}{a}\cdot k+\frac{\pi}{2\cdot a}$$

bijekcija s prebrojivoga skupa u $N(f)$.

3. Dijeljenjem polinoma $p_1(x) = x^6 - 3 \cdot x^4 - x^2 + 1$ polinomom $p_2(x) = x^3 + x$ dobiju se količnik q i prava racionalna funkcija f.

a) Odredite $N(q)$.

b) Rastavite f na parcijalne razlomke.

Uputa i rezultat: a) $q(x) = x^3 - 4 \cdot x$, pa je $N(q) = \{-2, 0, 2\}$.

b) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2 \cdot x}{x^2 + 1}$.

4. Dijeljenjem polinoma $p_1(x) = x^6 - 3 \cdot x^5 + 4 \cdot x^3 + x - 4$ polinomom $p_2(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 + 4 \cdot x$ dobiju se količnik q i prava racionalna funkcija f.

a) Odredite $N(q)$.

b) Rastavite f na parcijalne razlomke.

Uputa i rezultat: a) $q(x) = x^3 + x^2$, pa je $N(q) = \{-1, 0\}$.

b) $f(x) = \frac{1}{x - 2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{(x - 2)^2}$.

5. Dijeljenjem polinoma $p_1(x) = x^5 - x^4 - 7 \cdot x^3 + x^2 + 11 \cdot x - 1$ polinomom $p_2(x) = x^3 - x$ dobiju se količnik q i prava racionalna funkcija f.

a) Odredite $N(q)$.

b) Rastavite f na parcijalne razlomke.

Uputa i rezultat: a) $q(x) = x^2 - x - 6$, pa je $N(q) = \{-2, 3\}$.

b) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x - 1} - \frac{3}{x + 1}$.